

欢姆社学习漫画

爱淘书  
www.itaobooks.com

# 漫画测量

(日) 栗原哲彦 佐藤安雄 / 著

(日) 吉野 はるか / 漫画绘制

(日) Pulse Creative House / 漫画制作

陈 芳 / 译



科学出版社

www.sciencep.com

A decorative border featuring stylized black and white floral motifs, including leaves and flowers, arranged in a repeating pattern around the central text.

KindleX 出版署

# ✿ 前 言 ✿

在建筑工程中，测量是作业的第一步程序。高楼大厦、桥梁等土木建筑中，首先需要正确把握建筑地点的面积、地形和地势等。在这些数据的基础上，进行建筑物的规划，从而开始实际建造。如果这些测量数据有误，将会严重影响建筑工程的实施。而且，在建筑工程过程中，根据设计图进行建设，还需要时刻按照图纸数据进行测量。这些都是需要测量技术的。因此，对于社会基础设施建设来说，测量是一门很重要的技术。


本书是编著者专为本科、专科、职业学校中学习测量的学生们准备的入门书籍。本书采用漫画的形式介绍了“距离测量”、“路径测量”、“平板测量”、“水准测量”这些教材上的基础知识。另外，本书不仅介绍了仪器的使用方法，而且为了说明测量原理，书中的主人公们还用很多的仪器进行了测量。这些知识都有利于读者掌握测量的全局观念，而且用漫画形式来解说测量作业过程在视觉上更便于理解，这是本书的一个编写宗旨。读完本书，如果还想进一步学习与测量相关的其他知识，可以参考其他相关专业书籍。

在学习测量的过程中，对误差的了解是必不可少的。大家有没有想过，其实我们平时用的尺子也是有误差的，制造时刻度的准确性、温度对材料的影响，这些都是导致刻度误差产生的因素。这还只是测量误差的一部分。这个世界上本没有完美的事物，测量也一样，误差不可能为零。因此，测量操作者为了提高精度，尽量减小误差，而采取了各种措施。

最后，在此对用漫画来解说那些文字难以表达的测量作业过程的漫画家吉野はるか，协助本书的编辑和制作的 Pulse Creative House 的各位，为本书提供出版机会的欧姆社的各位编辑，表示深深的谢意。

栗原哲彦 佐藤安雄

# ❀ 目 录 ❀

序 章	1
第1章 测量的基础知识	11
❀ 1. 什么是测量	12
• 用平面坐标表示位置	19
• 用空间坐标表示位置	23
• 测量的三要素	24
❀ 2. 用基准点表示位置	28
• 国内的基准——三角点	28
• 地球上的基准——纬度和经度	30
• 高度的基准——水准点	32
❀ 3. 测量误差	36
补充知识	
• 地球的形状	39
• 长度的单位	41
• 日本的测量	43
• 日本测量的基准：三角点和水平点	49
第2章 距离测量	53
❀ 1. 距离测量的概念	54
• 关于距离的思考	55
❀ 2. 求斜面距离的方法	58
• 利用卷尺直接测量水平距离	58
• 利用卷尺直接测量斜距离	60
❀ 3. 根据斜距离计算水平距离	74
 织香的误差校正教室	
■ 卷尺的误差与规格	76
■ 用卷尺测量距离时的长度校正	77

## 补充知识

· 采用光波测量距离

81

## 第3章 路径测量

85

### ✧ 1. 路径测量的概念

86

· 路径测量的步骤

88

· 路径测量的种类

90

### ✧ 2. 开始路径测量吧

92

· 角度的种类和单位

110

· 经纬仪的设置

113

· 测量方法

117



### 织香的误差校正教室

■ 实测角的误差校正

126

■ 方位角的测量和计算

128

■ 纬距、经距的计算

134

■ 纬距变换和经距变换的计算

137



### 织香的误差校正的教室

■ 闭合路径计算的误差调整

142

■ 路径测量的误差

146

## 补充知识

· 经纬仪的构成

150

· 经纬仪与全角仪

152

· 组合路径

154

· 测点坐标与三角点坐标系的转换

161

## 第4章 平板测量

163

### ✧ 1. 平板测量的概念

164

· 平板测量的目的

165

· 平板测量的原理

166

### ✧ 2. 平板测量所使用的仪器

169

· 平板测量的仪器

169

✧ 3. 平板仪的标定作业	172
· 对中误差的计算方法	176
✧ 4. 局部测量的方法	179
· 放射法	179
· 局部测量的实施	181



#### 织香的误差校正教室

##### ■ 平板测量中的误差

188

#### 补充知识

· 平板测量的种类：局部测量和框架测量	192
· 电子平板仪测量	196

## 第5章 水准测量 199

✧ 1. 水准测量的概念	200
· 高度差	200
✧ 2. 直接水准测量的原理	206
· 水准测量的仪器	206
· 水准测量的原理	207
· 水准测量的术语	209
✧ 3. 直接水准测量的作业	210
· 规划与实测	210
· 标尺的读数方法	215
· 测量数据的记录	218



#### 织香的误差校正教室

##### ■ 水准测量的误差校正

225

##### ■ 水准测量的误差

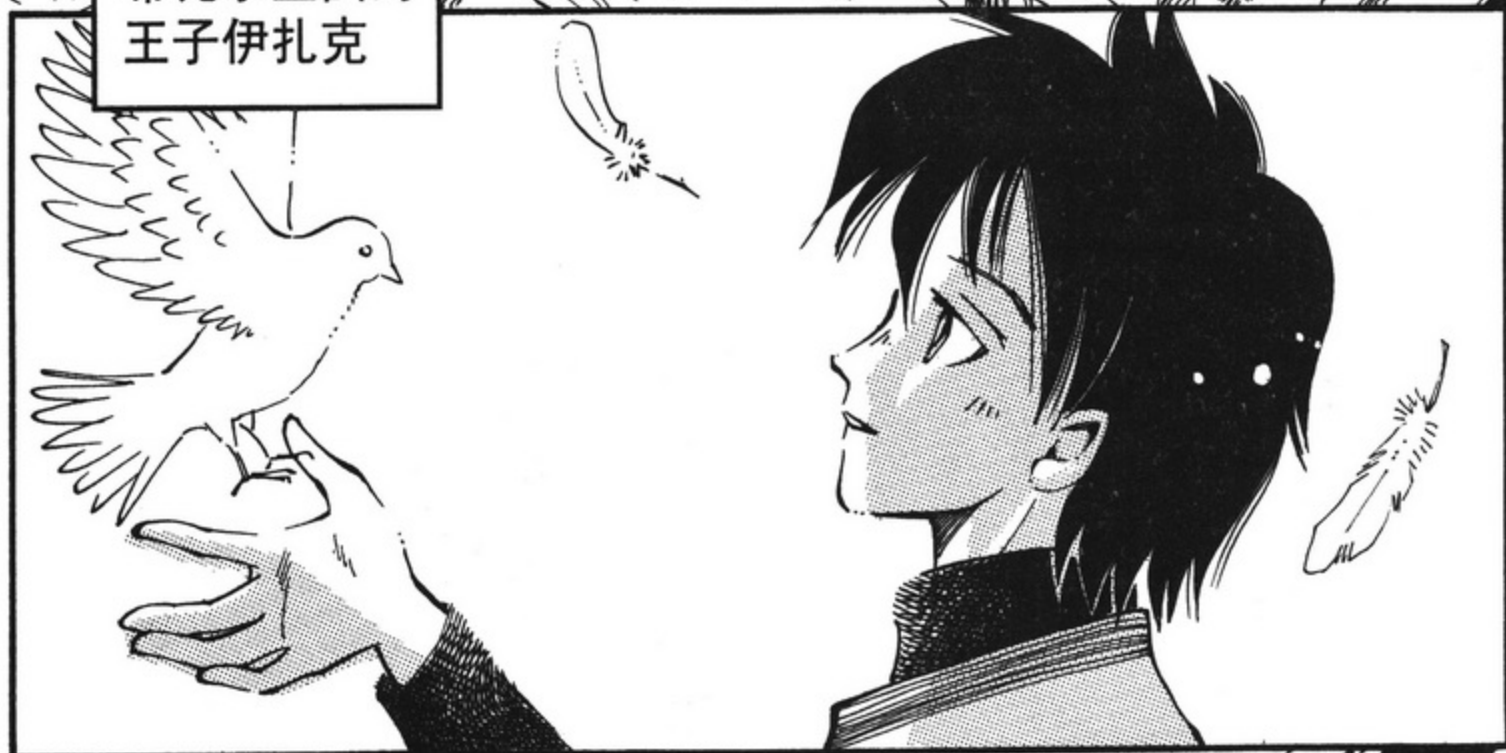
229

#### 补充知识

· 测量区域内地势高度未知的情况	231
· 利用仪器高进行的水准测量	232



希比尔王国的  
王子伊扎克



唉，他总是喜欢一个人待着……

在说伊扎克吗……

明天就满18岁了。

希比尔王国的  
国王希比尔十  
四世

但总是一副没有自信心的柔弱样子，

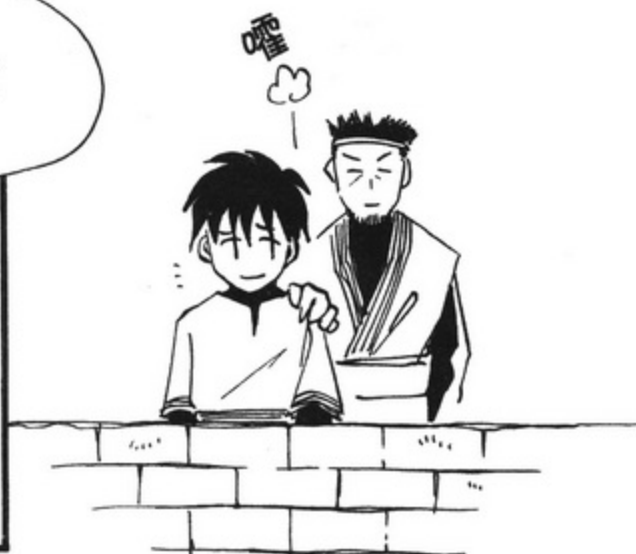
他能不能承担起国王的重任啊。

但是这孩子很有仁慈心啊……

王子殿下，

国王请您过去。





让我当国王……  
这还是很遥远的事情呢！



好好听着，  
伊扎克！



虽然，现在我还没有  
对任何人说起，



哥斯托兰德？  
是那个位于西边边  
境的地方吧……



以前那儿还有人居住，不过现在已经  
变得荒无人烟了，在那样的地方建城  
堡不太合适吧……



啪



你去负责这件事情吧！

我……  
建城堡！？

对！  
在哥斯托兰德建立  
城堡，无论对于我  
们王国来说，

对我也很  
重要！？


这是什么意思  
啊？父亲大人！

接下来我要说的是一  
段尘封的历史，只在  
王位继承者之间流传  
的事情。


还是对你来说，  
都是具有非凡意  
义的事情！

绝对不能对  
外人讲。


是……  
我知道了……



很久以前，在一个地方  
有一个小国家，那里住  
着一个勇敢的民族……




布雷伊布兰多……



那个布雷伊布兰多的  
国王希比尔一世……

人们都叫那个国家为  
“布雷伊布兰多”。

也就是我们的  
祖先……



但是，  
当时社会动乱……

布雷伊布兰多在希比尔三世统治  
的时候，由于在战争中被邻国打  
败而灭亡了。

随着时间的流逝，  
那个国家的名字就渐渐被人们遗忘了。

我完全不知道还有这样一段历史。

在战争中战败的希比尔三世艰难的活了下来，逃到了这个地方……

之后，他发奋图强建立了新的国家……


也就是现在希比尔王国……

原来是这样啊……

希比尔三世为了希比尔王国的繁荣昌盛而不懈努力，

但是，在他的心灵深处，还是想着有一天要让布雷伊布兰多复活……


这个愿望没有实现，重建布雷伊布兰多的愿望就在历代的国王之间被继承下来，直到现在……




我要把希比尔三世  
未实现的遗愿，

把历代国王没能完成  
的重建布雷伊布兰多  
的任务……

?



交给身为我儿子的  
你来做！



让布雷伊布兰多  
复活……

交给我来做！？





赌一赌看吧……  
在美斯特里……



肯定不行，  
建立城堡……

我都不知道要怎么  
开始做啊！

呼~






## 第1章

# 测量的基础知识




# 1. 什么是测量






我叫克拉拉，是阿克德库德的女儿。



啊……  
伯爵的女儿呀……



我听父亲说，王子殿下说过“不想当国王”！

伯爵家的女儿  
克拉拉




唉……

……你不会理解我的想法啦……

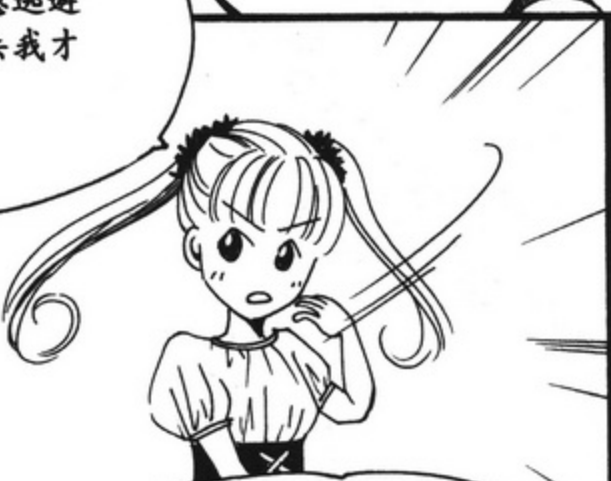


哼~

是啊！



不好好努力，一味的想逃避现实，懦弱的人的想法我才不想了解呢！



但是，有朝一日这个国家是需要你来治理的啊！

还有，父亲交代了，

让我们先去拜访波肯海姆老师。

波肯海姆老师？

在机械仪器还很落后的时代，他一个人绘制出了庞大的希比尔王国的地图，手绘了这座城市和国家的重要建筑物。

在建筑界是被称为“传奇的建筑大师”的人物。

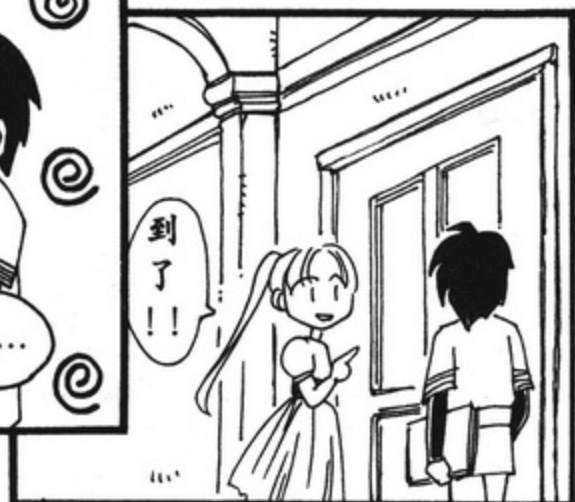
我还拿到了老师的讲义！

向传奇的建筑大师学习，将来我要成为能为这个国家做贡献的人！

传奇的建筑大师啊！

克拉拉……

所以……



波肯海姆研究室





我是阿克德库德的女儿克拉拉，

父亲让我来拜访您。

哦，你是伯爵的女儿啊，那么站在你旁边的就是王子殿下伊扎克了。

我听说了哦。

国王要重建哥斯托兰德城。

重建哥斯托兰德？为什么？

理由是……我不能说……

总而言之！

我必须去完成这个任务！

老师！！要建立一个城堡，首先要从哪儿开始啊？

等一下

要建立一个城堡，先要把城堡的基本框架建立起来。

首先要规划围墙、城门、  
侦察塔、池塘……这些建  
筑要建在什么地方。

因此就要制作  
地图。

你一定要有耐  
心啊！

那么，  
地图要怎么  
制作呢？

先测量！

哼哼？

测量……！？

对！

首先要成为测量  
专家才行！

呃哼！

作为传奇的建筑大师的我就能为  
国王建出宏伟的建筑！

好了，  
接下来用讲义讲解，

这个就交给织香  
你了。

果然是这样啊！

呵呵！



## 用平面坐标表示位置

我先问你，伊扎克，你现在位于什么地方呢？

啊？！

当然是在希比尔王国的盖尔美斯特学校的波肯海姆老师的研究室里。

对啊，克拉拉的位置呢？

克拉拉的位置呢？

哼！

呢……

也是在希比尔王国的盖尔美斯特学校的波肯海姆老师的研究室里？

相同的答案呢！

呵呵

不过，伊扎克站立的位置离克拉拉站立的位置相距1m左右，所以准确来说你们不是位于相同位置。

那么，这个1m距离的位置差别要怎么表示才能严谨的体现出你们所处的不同位置呢？

原来是这样啊！

将场所内的位置看做点，用坐标来表示！

？

……

？

例如，老师与伊扎克之间的位置关系要怎么表示出来呢？



要怎么表示呢？

.....

我和老师之间距离多少米？

这也就是两人站立的位置点之间的距离，

以老师为原点  $O$ ，伊扎克位于点  $P$ ，假设这两点之间的距离为  $3m$ 。

但是.....

与原点  $O$  相距  $3m$  的点有很多啊！

确实是这样，只靠这一点是无法表示出两点之间的位置关系的。



还有一个重要的信息就是“方向”，  
换言之也就是角度。

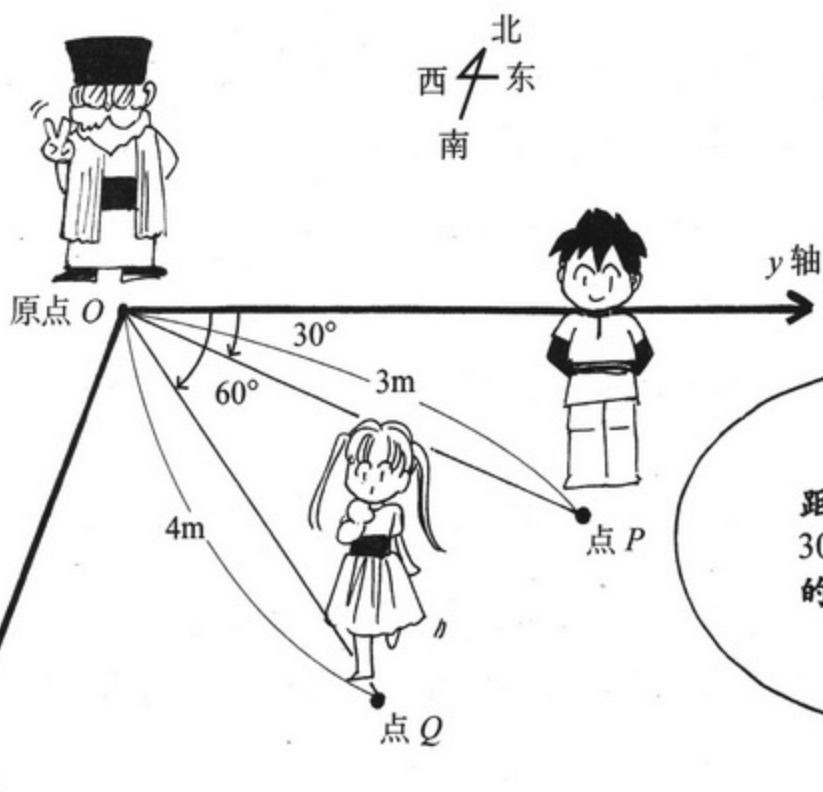
知道了角度，位置就可以用坐标  
表示出来了。



以老师的位置为  
原点  $O$ ,

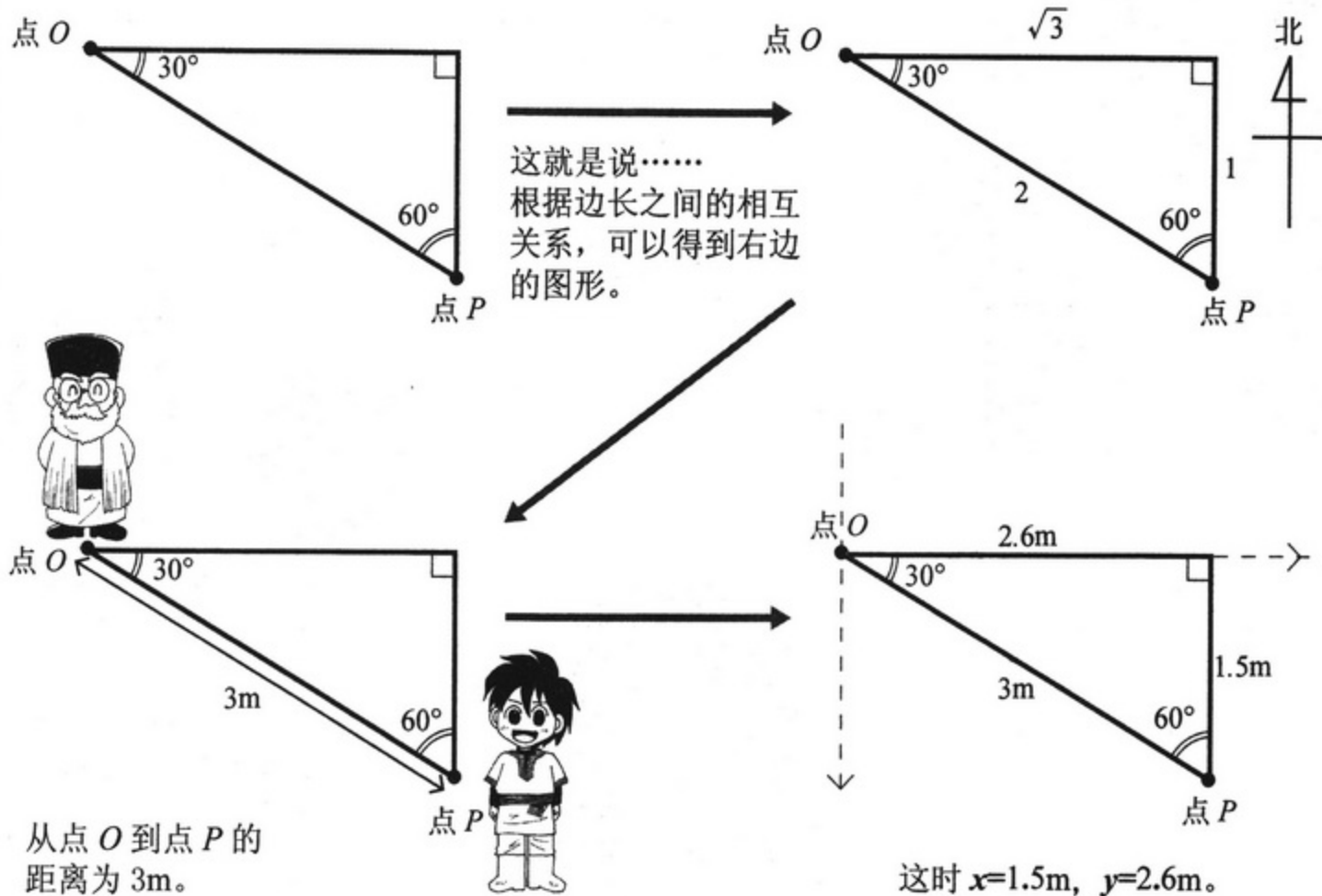


作  $x$  轴和  $y$  轴，在这个坐标  
系中，来看看伊扎克和克拉  
拉的位置吧。



距离老师  $3\text{m}$ ，与  $y$  轴呈  
 $30^\circ$  夹角的点是伊扎克站  
的位置点  $P$ ，

现在，请回忆一下  
利用角度换算出坐  
标值的方法。



织香：这个直角三角形的边长的关系为  $1 : 2 : \sqrt{3}$ 。比例为2的那条边的长度为3m，因此其他边长分别为1.5m和2.6m。



伊扎克：代入式子进行计算还真是简单呢！



织香：是啊。这个用坐标值来表示就是  $(x, y) = (1.5, 2.6)$ 。



伊扎克：啊，这里x轴和y轴的方向与通常的表示方法是相反的呢。



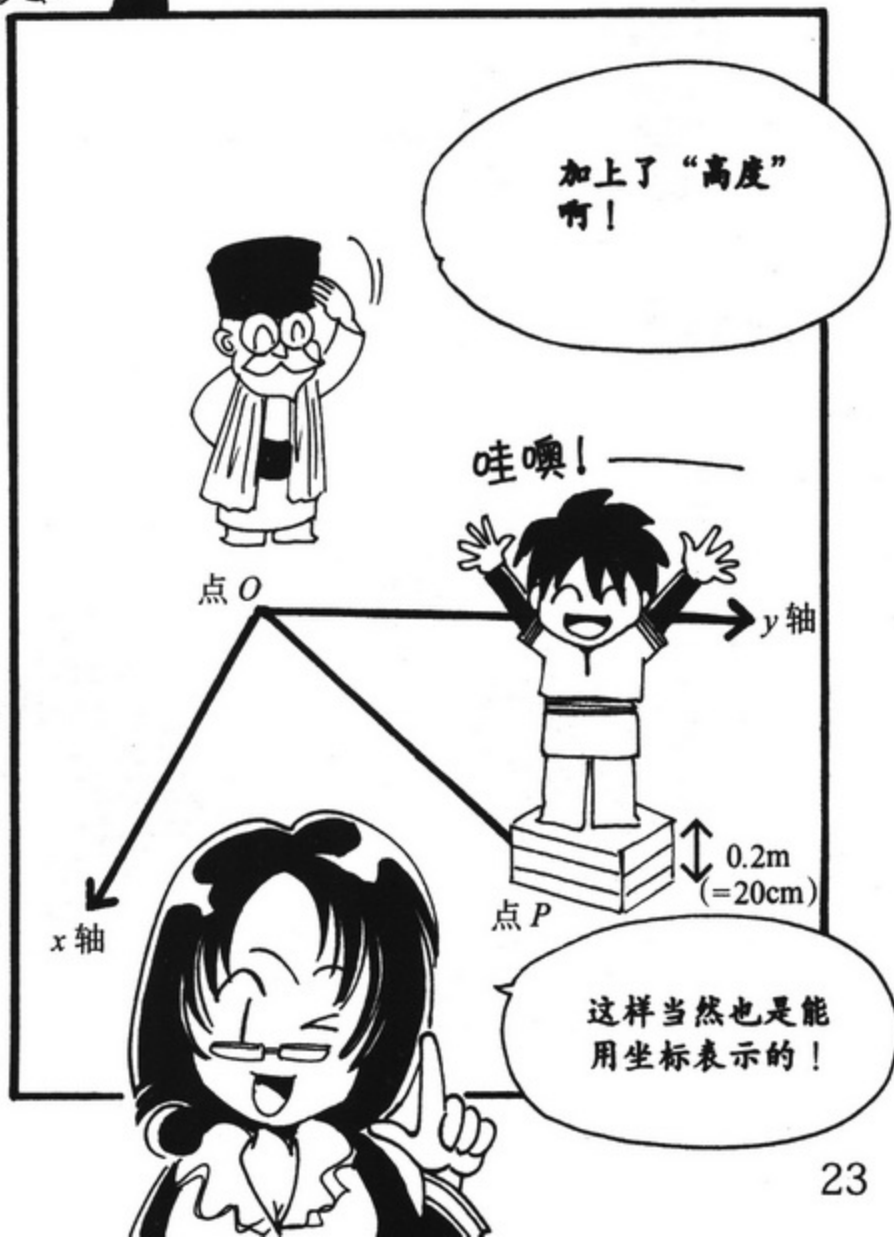
织香：在测量中，南北方向用x轴表示，东西方向用y轴表示。数学中的坐标轴与这里的x、y轴是相反的。这一点请注意了！



伊扎克：是！



 用空间坐标表示位置



也是用  $x$  和  $y$  表示吗？

之前采用的是平面图，知道了长度和角度， $x$  轴和  $y$  轴……  
也就是用平面图的坐标就能把位置表示出来。

不过，现在伊扎克站在台子上了，用平面图就无法表示高度了。

啦啦

还需要另外一个轴来表示三元空间——需要用  $z$  轴来表示高度。

伊扎克站在台上，位于  $z$  轴的 0.2m 的位置，因此将表示高度的  $z$  轴值添加到坐标值中，得到

$$(x, y, z) = (1.5, 2.6, 0.2)。$$

### 测量的三要素

# 咚！

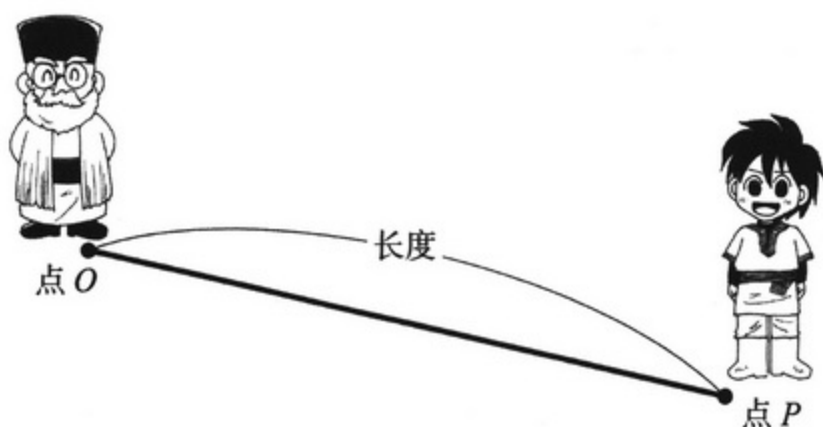
“长度”、“角度”还有“高度”是为了正确表示位置的必要的因素，称为“测量三要素”。

通过测量三要素得到物体的位置坐标是测量的基本，请好好记住啊！

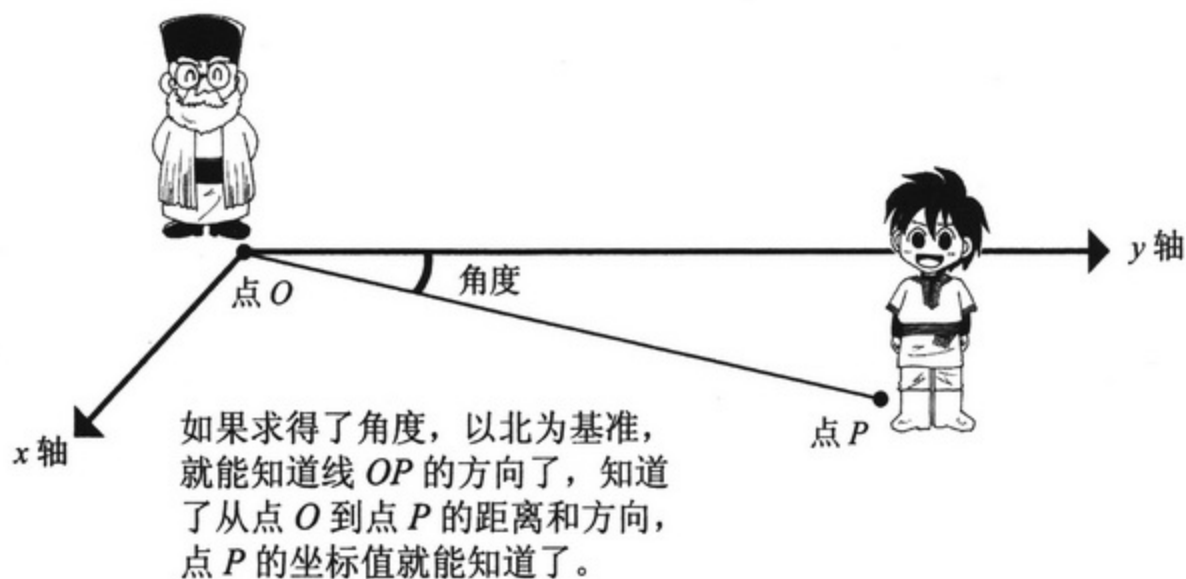


## ● 测量三要素的概念

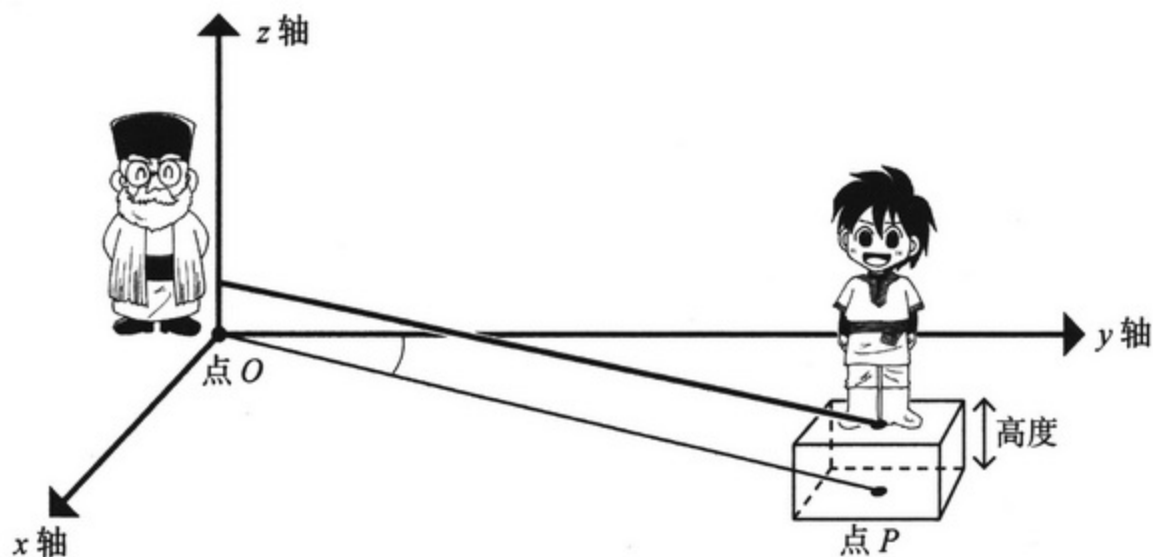
(1) 长度测量是指测量坐标系中的一点到原点的距离。



(2) 角度的测量是指测量原点与某点的连线与坐标轴之间的角度。



(3) 高度的测量是指以原点的高度为基准，测量对象点的高度。



利用这种坐标的思考方法，来正确表示一下自己现在的位置吧。

但是，以老师的位置为原点，这是织香小姐你自己任意定的吧。

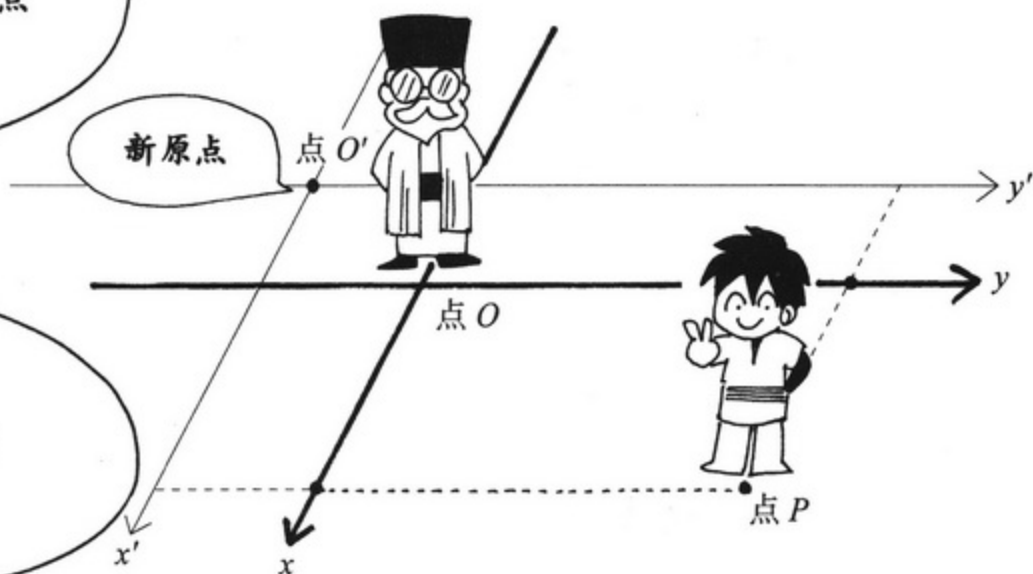
哈♡

如果原点的位置改变了，那么我和伊扎克的位置坐标不也改变了吗？

问得好！

例如，确定一个新的原点  $O'$ ，伊扎克的位置坐标、也就是点  $P$  的坐标值也随着变化。

但是点  $O$  与点  $P$  之间的位置关系是不会变的。



位置关系没有改变……

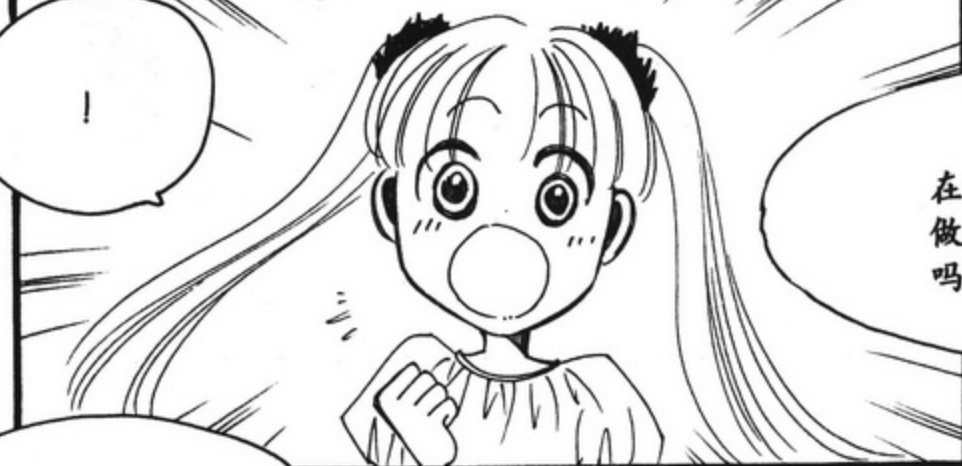


在用坐标来表示位置的时候，选择哪个基准作为原点是很重要的。

你们两个人的位置放到希比尔整个王国内来看要怎么表示好呢？



在希比尔王国里找个基准做原点不就能表示出来了吗？



就是这样的！

在希比尔王国里就有为测量而准备的原点。

知道了

?? ??



因此，实际上我们可以通过基准点来表示所有点与原点的位置关系，

不过，在广袤的国土中以一个原点为基准计算所有物体的位置坐标是很麻烦的事情。

这个基准点也可以称为“三角点”。

## 2. 用基准点表示位置

### 国内的基准——三角点

知道了待求点的位置，测量它与最近的基准三角点的距离和角度，通过计算得到坐标值。

啊，是这样啊！

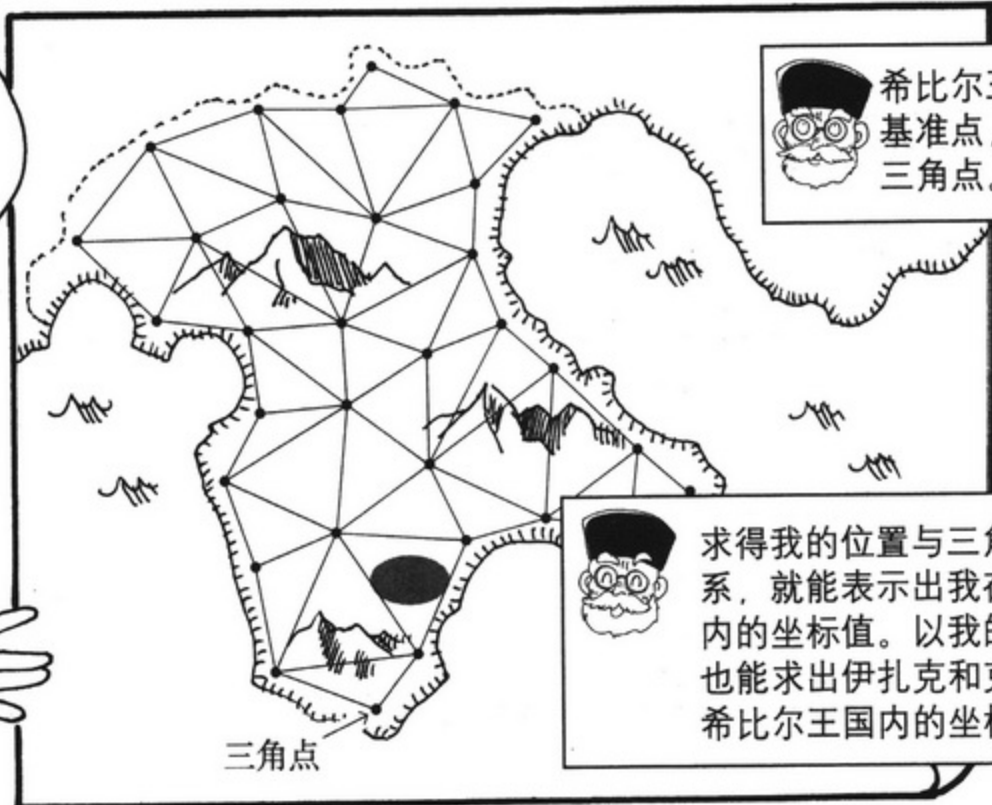


一般来说，三角点的坐标值是已经测量出来了的，是不变的，

因此老师站的位置也就能求出来了。

计算待求点与最近的三角点的距离和方位角，就能表示出希比尔王国内的位置信息。

把希比尔王国内的三角点表示出来就是这种感觉呢。



希比尔王国内有很多基准点，这些点叫做三角点。



求得我的位置与三角点之间的关系，就能表示出我在希比尔王国内的坐标值。以我的位置为原点，也能求出伊扎克和克拉拉他们在希比尔王国内的坐标值了。

我们了解了国内的基准，接下来将视野扩大开来，

这次来看看希比尔王国在地球上的位置吧。

波肯海姆的位置



希比尔王国

地球的基准……

……啊！

嗯……

地球上其他位置还有别原点吧？

为了表示地球的位置，地球上是有基准的！你们也应该听说过的啊！

OKO  
纬度和经度！

OKO

## 地球上的基准——纬度和经度



**织香**：纬度和经度是以地球的中心为原点而表示的。纬度是以赤道为 $0^\circ$ ，北极和南极的角度都是 $90^\circ$ 而表示的。经度是以格林尼治天文台（实际位置在英国伦敦）为 $0^\circ$ ，叫做子午线，其东侧称为东经，西侧称为西经。

纬度和经度画在地球上像切西瓜一样，在地球表面上，与赤道平行的线称为**纬度**、与赤道垂直相交的线称为**经度**。

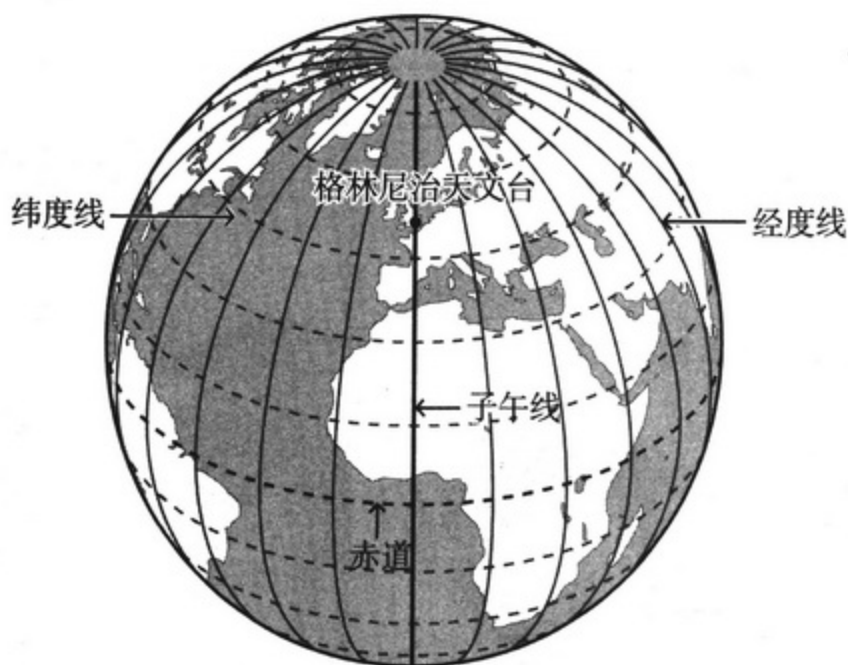


图1.1 纬度和经度



**老师**：这个经度和纬度能表示出地球上任何位置，因此被称为“世界通用的标尺。”



**克拉拉**：在地球上也是用坐标来研究位置关系的呢！



**织香**：只是在地球上的坐标是用经度和纬度来表示的。



**老师**：通常的测量是在比较狭小的地球范围内进行的，这个小区域可以看做是平面，地表的弯曲程度可以不予考虑。



老师：不过，根据测量的目的、测量范围和测量精度的要求，有时候也需要考虑“地球是球形的”这个因素。



织香：希比尔王国的纬度和经度的关系是这样的。如果希比尔王国的三角点都用纬度和经度表示出来了，那么，希比尔王国内的某一特定位置也能表示出来了。

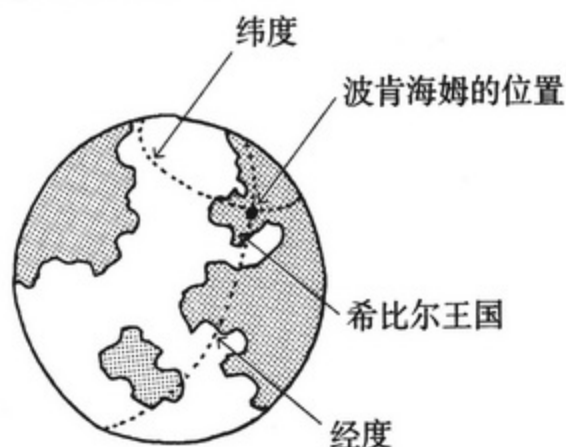


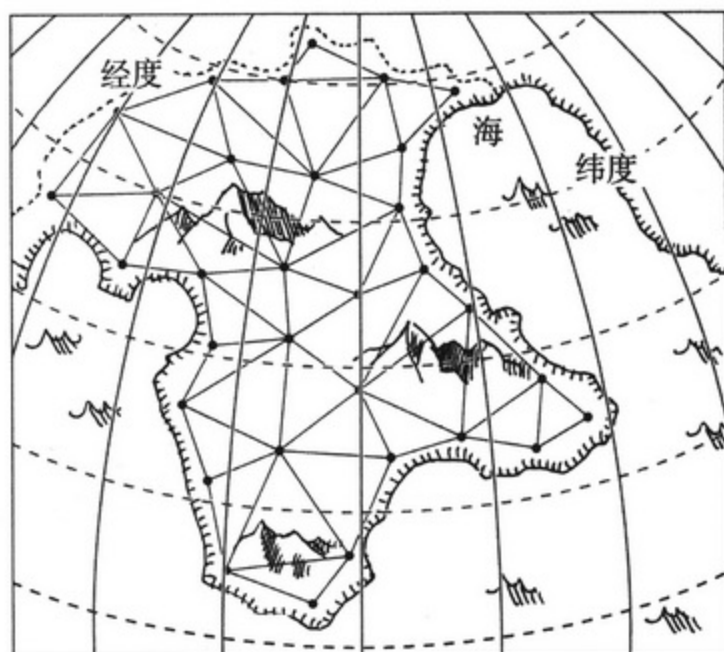
图1.2 希比尔王国与纬度、经度



伊扎克：我还在想为什么需要纬度和经度呢，原来是为了标出某一特定位置而设计的啊。



织香：就是这样的。



知道了三角点与纬度、经度之间的关系，就能求出希比尔王国国内某点在地球上的位置了。

图1.3 希比尔王国国内的三角点与纬度、经度的位置关系



伊扎克：在地球上的坐标值啊，感觉很厉害啊！

织香：是啊！

## 高度的基准——水准点



克拉拉：请问，三角点是平面上位置的基准。那么对于高度也是有基准的吗？



织香：高度当然也是有基准的。高度的基准被称为基本水平面。这个基本水平面通常采用长期观测得到的海面的平均值。高程（米）就是相对于这个基本水平面而言的高度值。

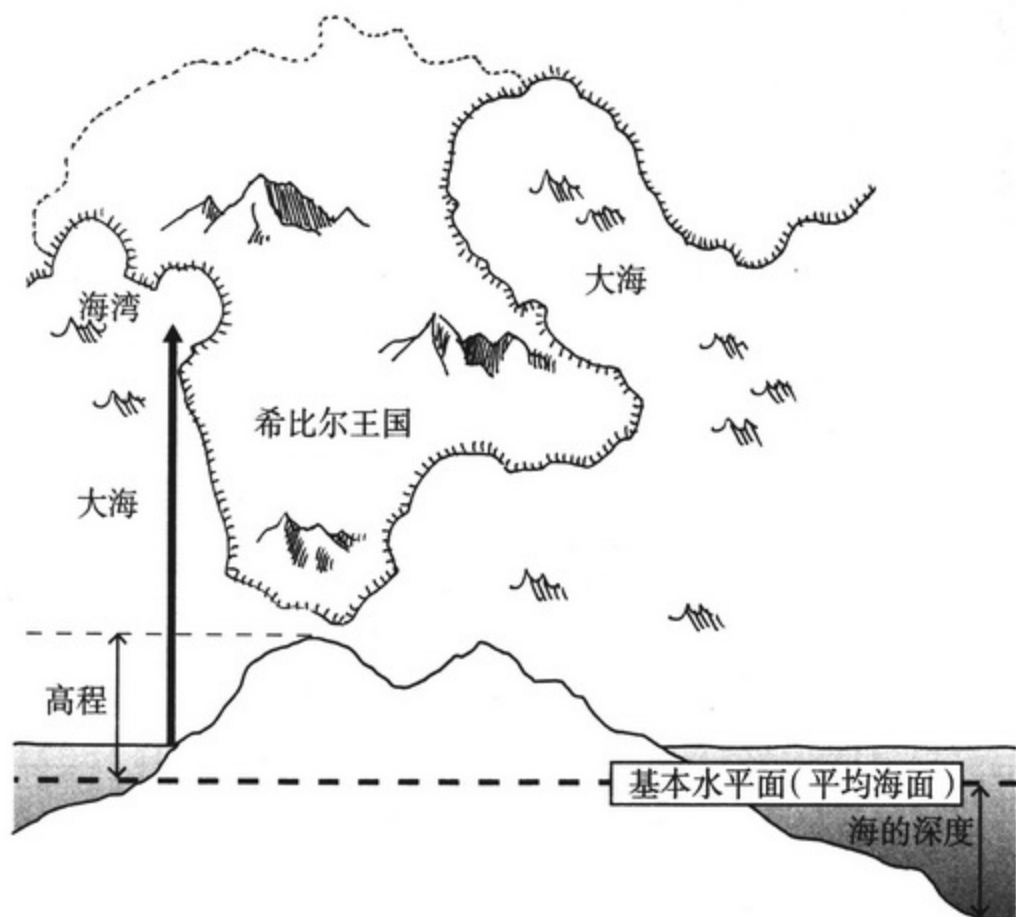


图1.4 基本水平面



克拉拉：不过，由于是平均值，所以会变化啊。作为基准应该是不变的值……



织香：对。基本水平面，是假设的面，作为基准——其实这个面在实际生活中是不存在的。这在测量中会带来不便。因此，设置了“固定点”，确定出它与基本水平面的高度差关系，以这个固定点作为测量的基准。

希比尔王国的海湾的基本水平面（平均海面）作为0，陆地上距离这个面高度为24.4140米的点设置为水平原点。

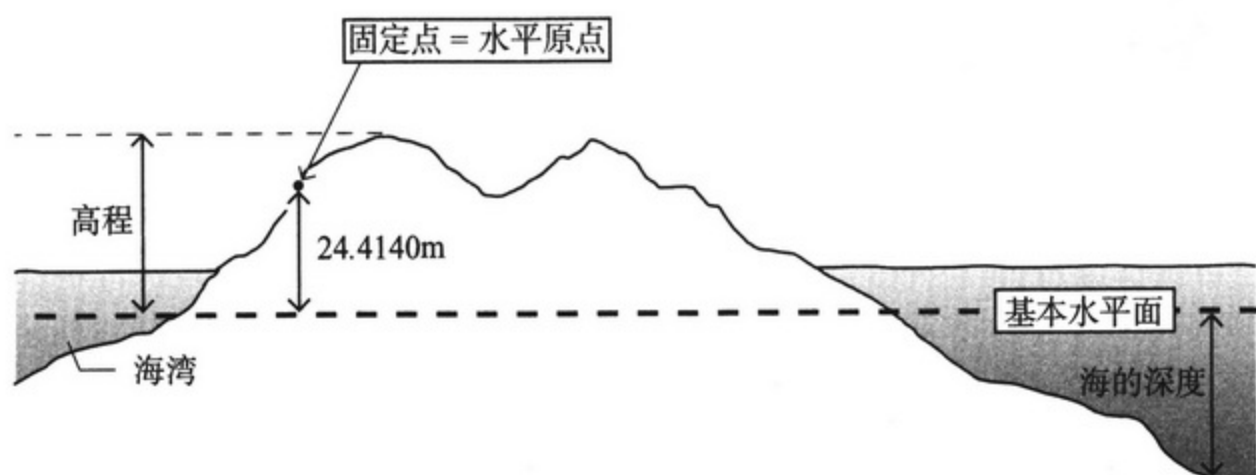


图1.5 水平原点



织香：水平原点和三角点原点这两者在孔斯托拉库城里都有。



伊扎克：啊，是吗？



织香：哎呀，你不知道吗？你想想，希比尔十三世的铜像附近不是有什么东西吗？那就是水平原点和三角点原点。



伊扎克：我完全不知道呢……



图1.6 水平原点和三角点原点



老 师：呵呵呵，就是这样的啊，都是很意外的察觉到一些重要的东西的存在。



伊扎克：下次一定要好好看看。





咋咋

从现在开始，  
你们要学习的测量……

是能在求出自己国家、地球  
上的任何位置的伟大的学问。



测量真是好  
强大啊！

测量起源于公元  
前 3000~前 2000  
年！



埃及的金字塔也是采用了  
了测量的知识才建起来  
的！

测量是人类文明发展的基础、国家  
建设的奠基，这么说一点都不为过。



.....

### 3. 测量误差

最后……

与测量密不可分的  
是误差。

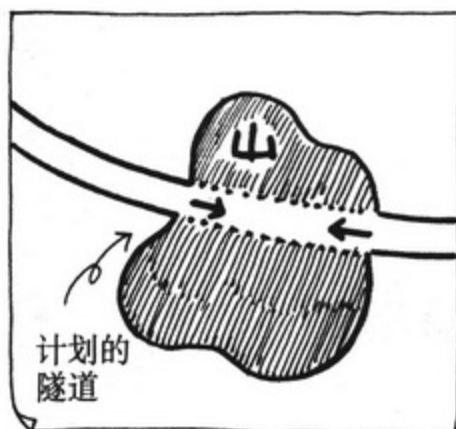
测量就是为了正确的求  
出位置坐标，不是应该  
没有误差吗？

不管多么精确的测量，  
都是会有误差的。

误差是由各种各样的原因产生的。  
就是传说的建筑大师来测量也是  
有误差的！

- (1) 仪器的误差 = 测量时采用的仪器和工具都有各种各样的误差
- (2) 环境误差 = 由于温度、湿度等气象条件而产生的误差
- (3) 个人误差 = 由于测量者个人原因而产生的误差
- (4) 错误 = 由于测量者的不正确操作而产生的误差

在挖隧道的时候，  
从经过精密计算  
得到隧道两端的  
入口和出口开始  
进行挖掘。



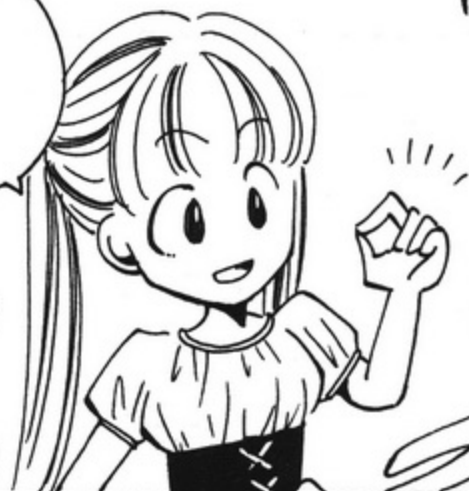
如果产生了  
很大的误差



那么，由于这个误差比较大，使得  
隧道无法连接起来，因此必须将误  
差最小化。

误差越小越好。

咣当!



这个并不简单的地方就  
是测量最有趣的地方。

为了减小误差，需要多次  
慎重的测量……  
也就是说需要花费时间。

复杂……

唔……

需要耗费时间的同时费用也增加了，  
因此根据测量数据的使用用途不同，  
误差的精度也会随之改变。  
……

那么，今天的讲义就讲完了。

谢谢！

我可是很认真的在学哦！

好难啊

你也要很努力啊！

我也很认真啊！

虽然这么说……

通向专家的路还很遥远呢……

## 地球的形状

### ■ 古人想象的地球的形状

以测量为出发点来研究地球的形状和大小。你们站在大地上瞭望、仰望天空的时候有没有想象过地球是什么样的形状？古时候，人们认为地球是平面的，在遥远的地方有世界的终点。

在古希腊和古巴比伦时代，人们认为陆地像一个圆盘，圆盘外面被大海包围着，天空像碗一样倒扣在陆地和大海之上（图 1.7）。在大航海时代以前，人们一直认为大海是很大的平面，在它的尽头是瀑布（图 1.8）。直到大航海时代，人们才知道地球是圆的（准确的说应该是椭圆形的），这一时期距离现代历史没有太长的时间。最早的证明事件是，哥伦布的航海（1492 年）和麦哲伦带领船队绕世界一周的航海（1522 年）。



图1.7 古巴比伦时候的地球想象图



图1.8 大航海时代以前的地球想象图

### ■ 地球是圆形的吗？

在公元 14 世纪的时候地球被证明是圆球形状的，不过早在公元前 300 年的时候，希腊学者便已经提出了“地球是圆球形”的说法。毕达哥拉斯（公元前 582 年～前 496 年）也是这么认为的。这个地球圆球说，在公元前 4 世纪的时候，由亚里士多德（公元前 384 年～前 322 年）提出，他论证到“地球是球状的，因而是有限大小

的”。亚里士多德根据这三个论据：①根据月食球状的阴影得到地球的外形（圆形）；②在地球上从南向北行进的时候，有些星星看不到了；③出海的船只走的远了就变得看不见了，从而推论出“地球是球状的，因而是有限大小的”的论点。

希腊数学家、天文学家埃拉托色尼（公元前 275 年～前 194 年）以地球是圆球状为前提，测量两个不同点的距离，根据这个结果求出了地球的圆周长。

现在，我们来看看埃拉托色尼是如何计算地球的周长的吧。

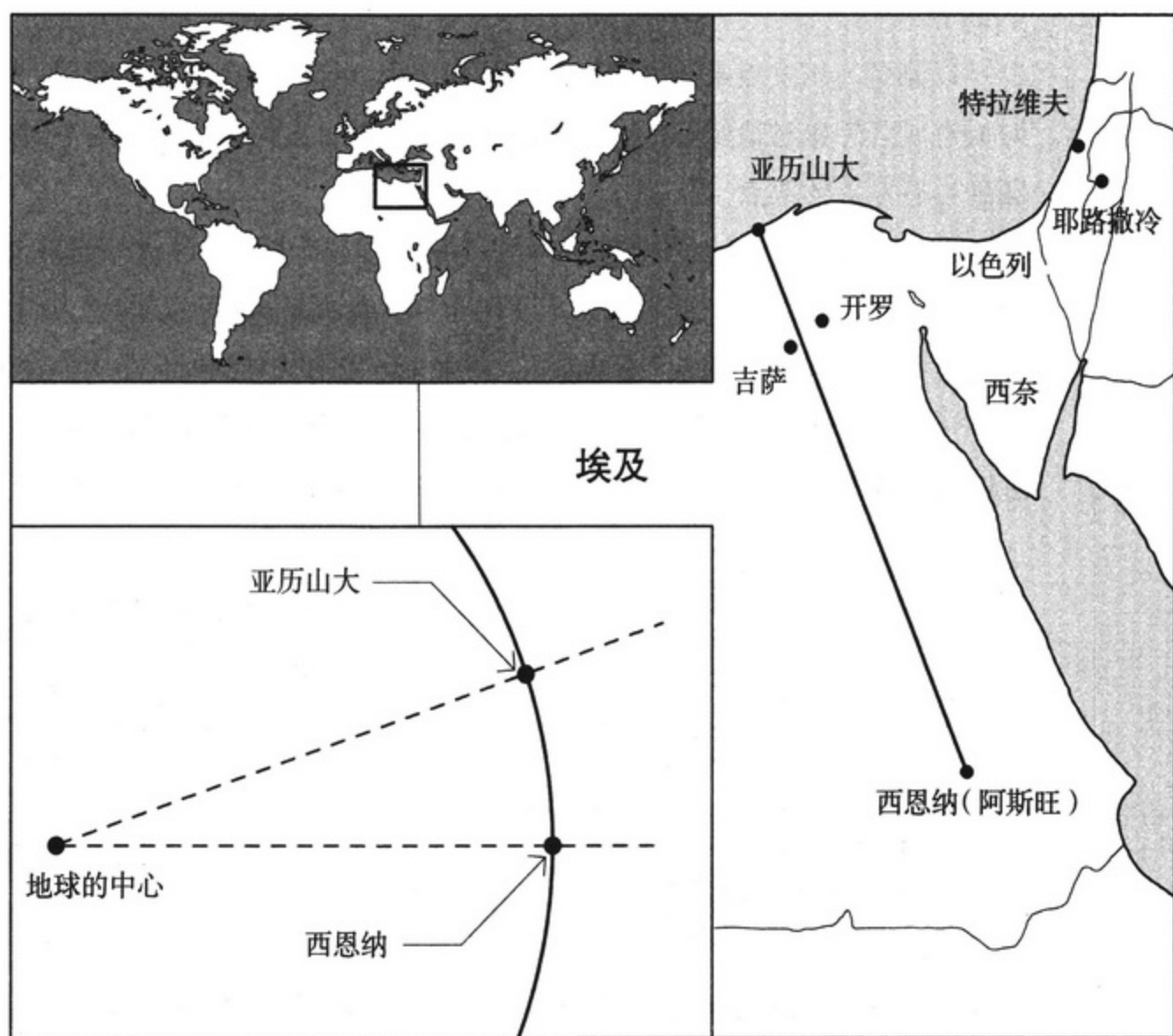
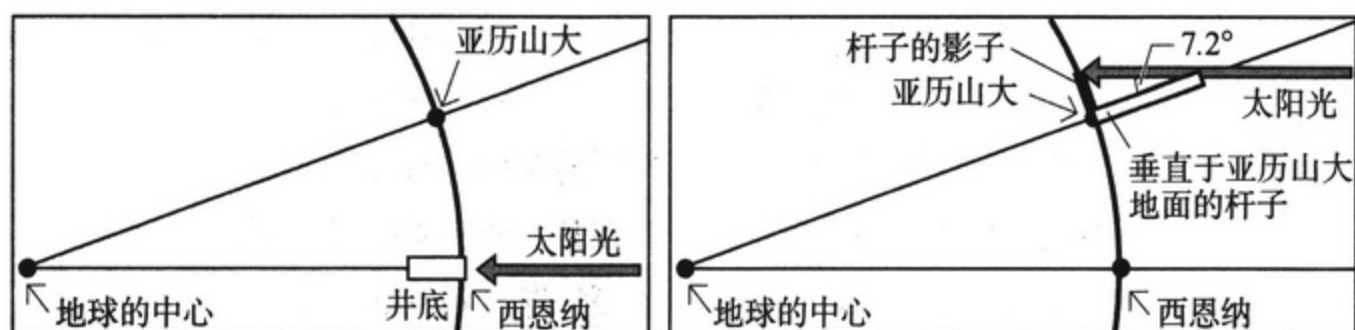


图1.9 亚历山大与锡尔纳

首先，埃拉托色尼注意到，在西恩纳（现在的阿斯旺），夏至日的太阳光能照到深井的底部，那么太阳光线与地球表面是垂直的（从天空顶部垂直入射）。

而在夏至日那天，在另外一个城市亚历山大，太阳在其天空顶部偏南的方向上。这时，垂直立于地面的杆子的长度和影子的长度计算得到光线与杆子的夹角为  $7.2^\circ$ （图 1.10 (b)）。



(a) 在西恩纳的观测

(b) 在亚历山大的观测

图1.10 在西恩纳和亚历山大的观测

过亚历山大做垂直于地面的太阳光线，以地球是个球体为前提，可以得到如图 1.11 的图形，可以得到圆的中心角也是  $7.2^\circ$ 。

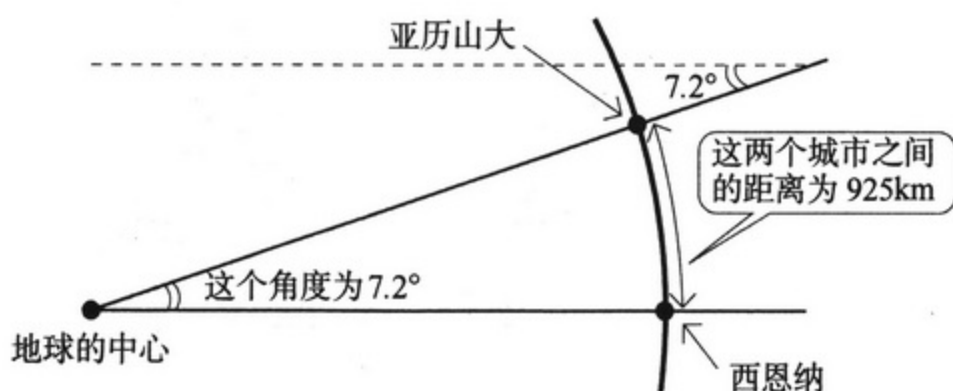


图1.11 中心角

接下来，测量得到西恩纳与亚历山大之间的距离为 925km，地球一周是  $360^\circ$ ，是  $7.2^\circ$  的 50 倍，那么地球的周长是 925km 的 50 倍，得到地球周长为 46250km。这时也可以计算得到地球的半径为 7361km。

那么，地球实际上到底有多大呢？根据现代的测量技术，地球是南北方向要扁平一点的椭球体。长轴半径（赤道半径）为 6377.397km，短轴半径（极半径）6356.079km。在现代测量技术还没有发展起来的时代，埃拉托色尼的测量结果的精度还是很高的。

## 长度的单位

### 不同的地区采用不同的单位

测量，从字面上理解就是计量。这个词语的由来是古代中国使用的成语“测天量地”。测天是指天文观测，量地是指土地测量。

测量自己所拥有的土地的大小，做衣服的时候量身体各部位的长度……无论是在过去还是在现在，这些都是与日常生活密不可分的。

在以前，长度这个量有许多不同的单位。而且，以前的人测量身体各部位的长度的时候就采用不同的单位。例如，在某个亚细亚国家，中指到肘关节的长度用尺（约30.3cm）这个单位，而在某个欧洲国家，脚的大小用菲尔特（约30.48cm）作为单位。不仅如此，长度的单位根据国家和地域的不同而采用不同的表示形式。

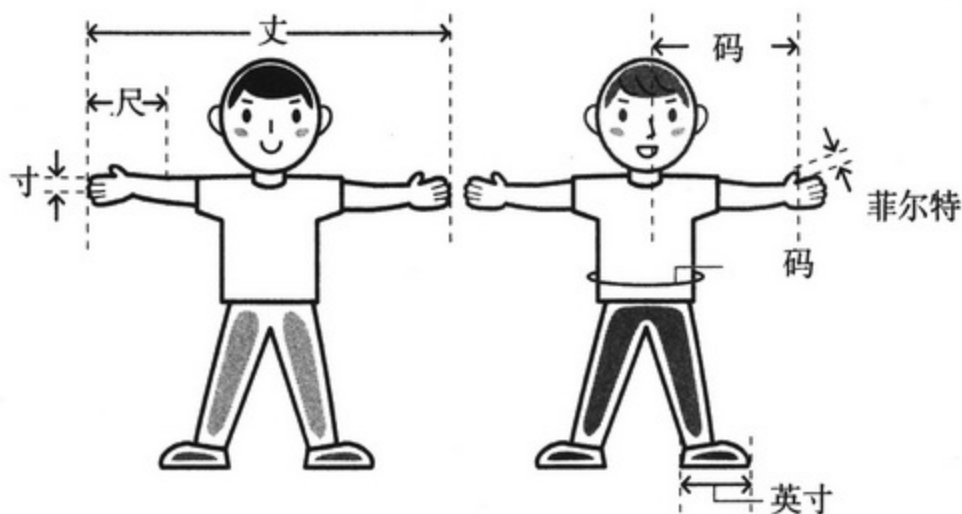


图1.12 不同的长度单位

## ■ 单位不统一的不便

当人们的活动仅限于国家和地域这个范围内的時候，人们感觉不到长度单位不统一所带来的不便。但是，随着国家和地域之间的交流和贸易的发展，这种复杂关系便开始产生了。在销售土特产品的时候，需要进行不同单位之间的复杂换算，人们便觉得这样很不方便了。

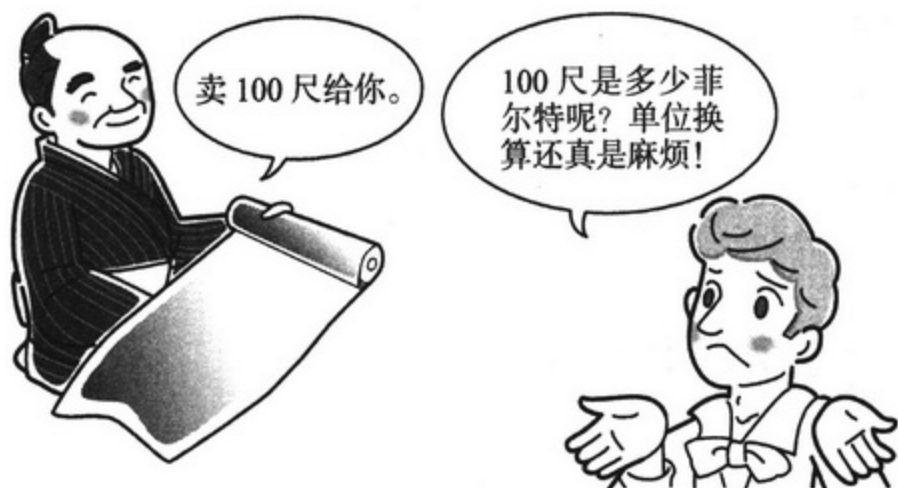


图1.13 单位不统一所带来的不便



而且，在武器、工业制造行业，采用正确的单位进行测量是极其重要的。某个国家制造的炮弹，拿到别的大炮上使用，如果大小不合适而卡在其中，这将是很麻烦的事情。人们在实际生活中感觉到了这些不便，便开始努力统一长度单位。

## ■ 单位的统一和普及

1790年3月，法国召开了一次会议，旨在统一世界各国的长度单位，会议通过了采用新的长度单位的议案。第二年，以从赤道到北极的子午线长度的千万分之一为1m，确定了现在使用的长度单位米。

虽然米制单位的诞生受到了世界各国的欢迎，但是新的单位的普及并不那么容易。在各个地区，已经习惯了使用自己的单位的人们对采用新的长度单位都有很大的抵触心理。

结果，采用世界通用的长度单位被定为国家政策，是一项义务必须执行，这样使用旧单位才渐渐的朝着使用新单位的方向发展。虽然现在还有没有普及使用米制单位的国家，但是这个长度单位已经给这个世界带来了很大的便利和实惠。

## 日本的测量

### ■ 测量技术的由来

日本的测量技术始于6世纪中期，由遣隋使者和遣唐使者传入日本。这个时候，在日本定制了田地征税法。646年，开始根据田地面积征税。

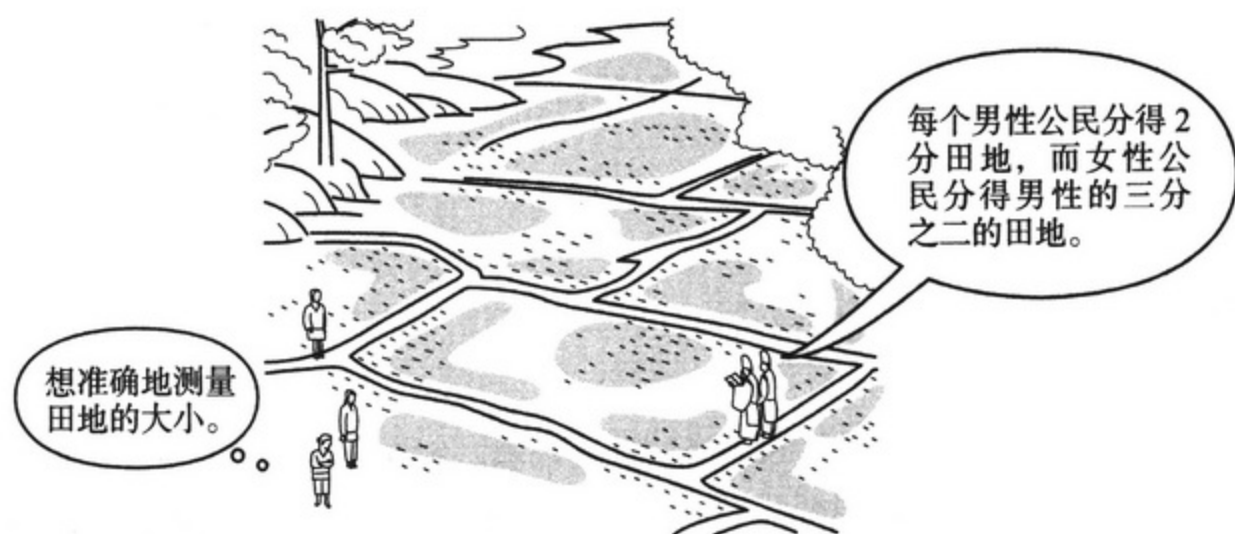


图1.14 田地征税法

也就是说，每个公民到了某一年龄，国家便分给他/她一定的土地，耕种这块土地的人每年向国家交纳一定的租税。这样很容易就想到需要采用测量技术来测量田地面积了。

之后，日本在 708 年颁布了在平城建立都城的诏令，下令 710 年迁都平城。因此需要在平城都进行合适的基础设施和道路规划（图 1.15）。为了进行规划，也需要采用测量计量技术。

就这样，为了收集作为国家财政收入的税收、为了建造作为政治和文化中心的都城，测量技术成为了一项重要的技术。

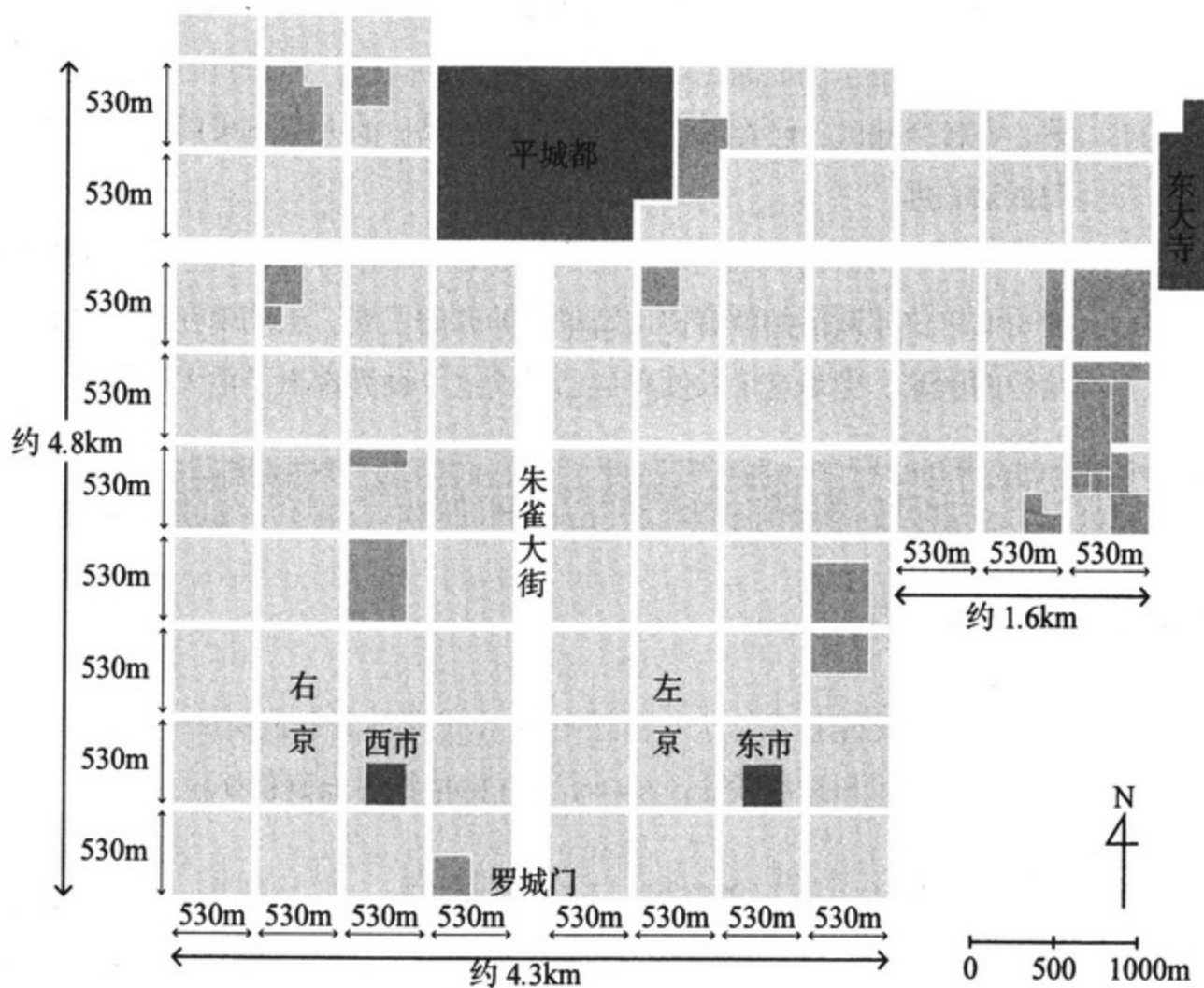


图1.15 平城都

## ■ 测量与日本地图

现在流传下来的最古老的日本地图，传说是 8 世纪中期奈良时代（圣武天皇时代）的和尚行基编集的，称为海路图。那个时候，行基和尚还不是测量专家，因此，这个地图上的距离和角度的准确度都有所欠缺。

行基和尚 668 年出生于和泉国，传说 14 岁出家。在各个国家进行传教活动，与平民大众参加了许多道路、桥梁、水路、堤坝的土木工程建设。723 年实施了三世继承法，行基和尚也参与了其间的许多土木工程建设。三世继承法是指，水渠和池塘等作为新开发的田产，具有三代（本人、儿子、孙子，或者儿子、孙子、曾孙）世袭权，而现在已拥有的水渠和池塘等田产只有开垦者本人有一代的所有权，从而鼓励开垦。

随着这个法律的实施，豪门贵族们对于土地所有权的欲望开始膨胀，他们开始协力进行土地扩张，行基在这个时候参与了许多土木工程的建设。在水渠、池塘、道路桥梁的建设中，广泛使用测量技术，而且，为了管理开垦出来的土地，需要地图。这些对于推动测量技术的发展起了很大的作用。

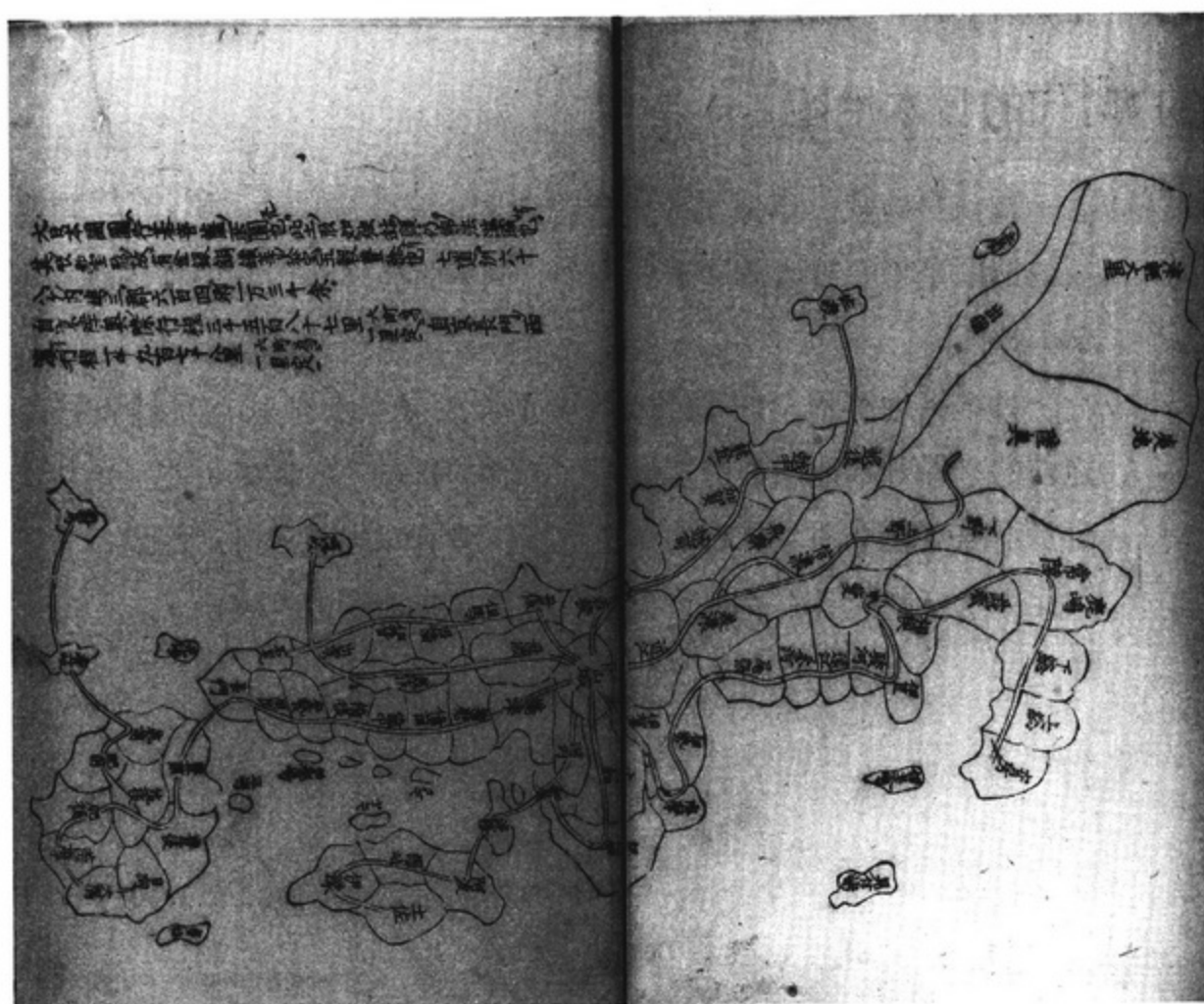


图1.16 行基和尚绘制的海路地图（行基地图）

（出处：现藏于筑波大学附属图书馆的《拾芥抄》，村上勘兵卫（1656年））

## ■ 测量与太阁统计

随着时代的发展，日本进入了武士统治时期，海路地图（行基地图）这样的全国地图已经变得不适用了。16 世纪后半期，丰臣秀吉颁布实施太阁统计后，“文禄绘制地图”应运而生。

丰臣秀吉出生在尾张国爱知县中村（现在的名古屋市中村区）的一个普通百姓家庭，在织田信长统治时期任职，立下了不少功绩，最后消灭了小田原北条，统一了全国。丰臣秀吉将织田信长颁布实施的兵农分离制度推广开来，在全国实施武士制度和太阁统计制度。太阁统计用于测量土地面积，调查粮食产量，是在全国实施最早的统计制度。为了便于统计产量，丰臣秀吉需要采用统一的单位计算统计量。由于单位不统一，在全国范围内进行准确的统计是很困难的事情。太阁统计是指，以六尺三寸为一间、一间四方为一步、三十步为一沟，这样根据十进制法而得到反、町这样的单位。

这个时候，随着与欧洲诸国的交流开始盛行，作为国家机密的地图绘制工作被定为天下统一后的国策开始实施。

## ■ 江户时代的日本地图

在江户时代，形成了6份全国地图（日本地图）（表1.1）。那时，绘制各自国家的地图是将军给诸藩国下的命令，国家将各藩国绘制的地图集成到一起而绘制出全国地图。

日本兴地路程全图是水户的藩士长久保赤水在1778年绘制的。这个地图是在之前的享保日本地图等诸多地图和资料的基础上绘制的。之后由伊能忠敬绘制的大日本沿海兴地全图是幕府的秘密地图，没有对大众公开。因此，直到幕府末期，长久保赤水绘制的日本兴地路程全图都是日本地图的代表作。

表1.1 江户时代制作的日本地图

日本地图名称	将 军
庆长日本地图	德川家康
正保日本地图	德川家光
元禄日本地图	德川纲吉
享保日本地图	德川吉宗
日本兴地路程全图	德川家治
大日本沿海兴地全图	德川家齐

## ■ 伊能忠敬与近代测量

### （1）伊能忠敬

伊能忠敬（1745~1818）出生于上纪国山边郡小关村（千叶县九十九里町）。入赘到下总佐原的伊能家做女婿，继承了伊能家的官位。忠敬在重振伊能家的家业后，将官位让给了长子，自己隐居了起来。

他隐居以后开始学习自己感兴趣的天文学和测量学，1795年拜师于江户幕府的天文学家高桥至时。忠敬一边学习当时最新的天文学，一边学习测量学的知识。这时，至时推荐忠敬参与当时幕府正在实施的虾夷地的测量。以此为契机，他完成了大日本沿海兴地全图的绘制工作。那是1800年，忠敬已满55岁。

忠敬的测量工作如表1.2所示。

表1.2 大日本沿海兴地全图的绘制工作进程

	测量时间	区域
第1次测量	1800年4~10月	奥州街道、虾夷
第2次测量	1801年4月12日	伊豆、本州东海岸、奥州
第3次测量	1802年6~10月	出羽、越后
第4次测量	1803年2~10月	骏河、尾张、北陆、佐渡
第5次测量	1805年2月~1806年11月	东海道、近几、山阳、濑户内、山阴
第6次测量	1808年1月~1809年1月	淡路、四国、伊势
第7次测量	1809年8月~1811年11月	中山道、中国、九州、甲洲街道
第8次测量	1811年11月~1814年5月	九州、中国、近几、中部
第9次测量	1815年2月~1816年4月	江户、伊豆七岛
第10次测量	1816年	江户

## (2) 测量仪器与原理

简单介绍一下忠敬采用的测量方法吧。例如，在测量某条海岸线的时候，在海岸线弯曲的角上竖立梵天（竹竿的顶端贴着一些纸条的东西），将相邻的梵天用直线连接起来，逐一测量相邻的梵天之间的距离和梵天之间连线的方位角（与北向之间的夹角）。（图1.17）

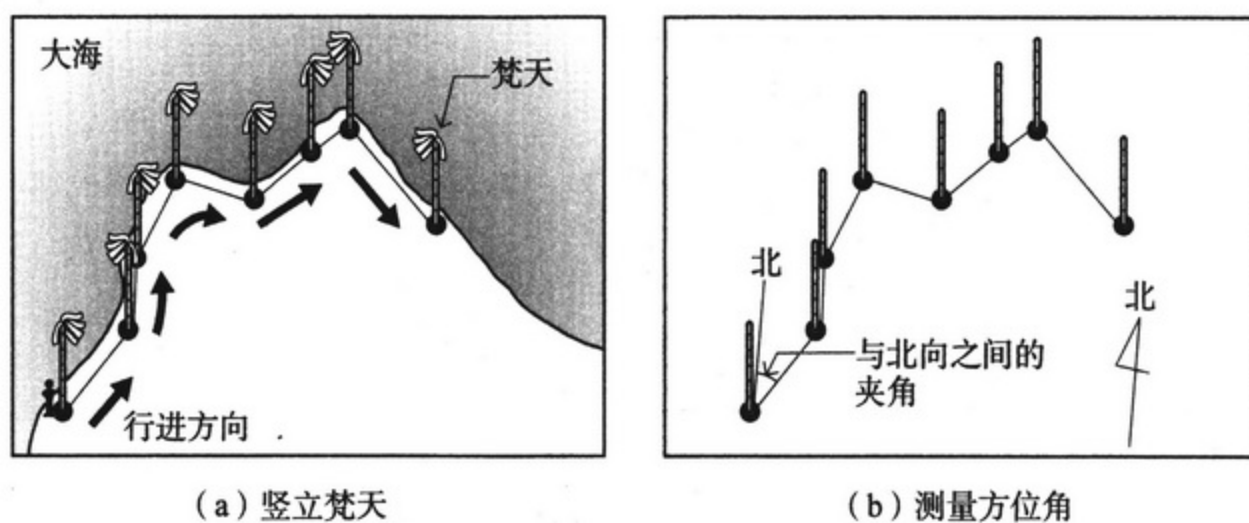


图1.17 伊能忠敬采用的测量方法

距离的测量是采用类似于现代的卷尺的仪器——间绳（麻做成的绳子）或者锁链。（图1.18）

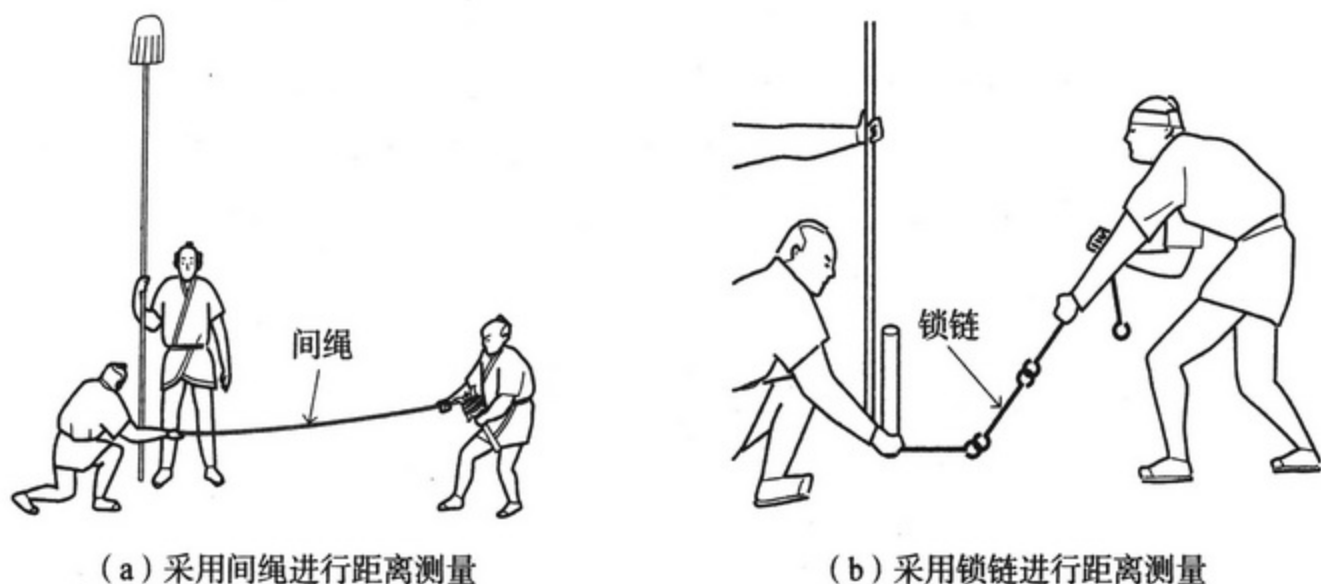


图1.18 采用间绳和锁链进行距离测量

当时也用到了步测这种方法。先测量一步的长度，然后根据到目的地的步数来计算距离。例如，一步的长度为70cm，到目的地的步数为1000步，那么距离就等于  $70\text{cm} \times 1000 \text{步} = 70000\text{cm} = 700\text{m}$ 。

方位的测量需要用到罗盘杖和小方位仪之类的仪器。在罗盘杖的顶端装有指南盘，磁石针由于磁场作用总是指向北方，这样就能测量方位角了。（图1.19）

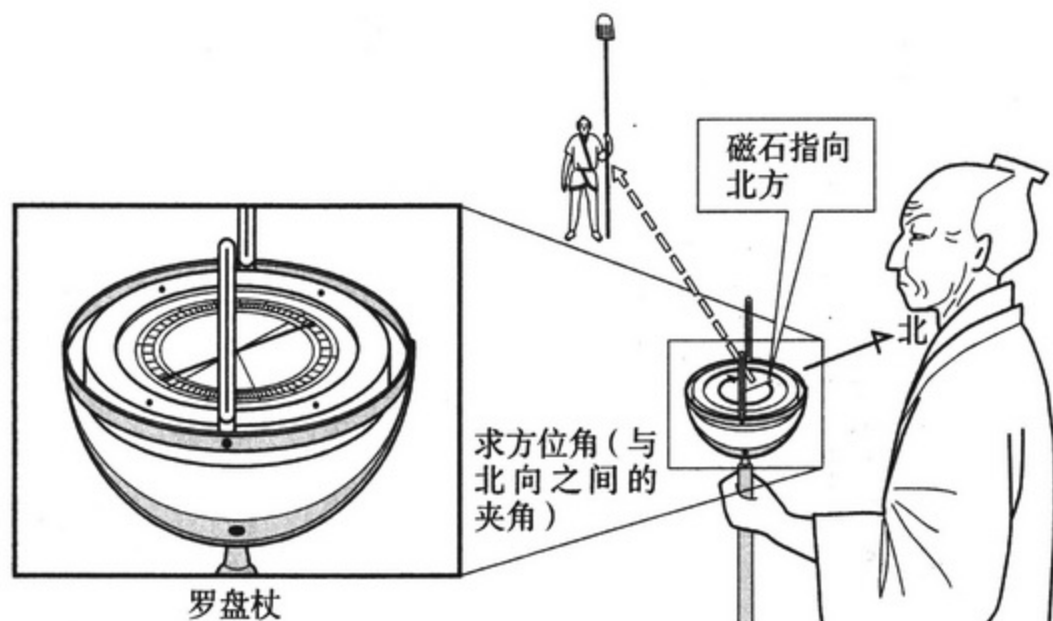


图1.19 罗盘杖

忠敬为了减小测量误差，又对数据进行了误差校正。以梵天竖立的位置为基点，测量富士山等其他目标山体的角度或者恒星的角度，以便对数据进行修正。

### (3) 大日本沿海兴地全图的完成

采用这些测量方法绘制而成的地图的准确度,与现在人工卫星绘制的地图相比,其误差也不大。现在它也是很重要的地理资料。不过,忠敬没有能看到全国地图的完成便去世了。忠敬去世后,地图的绘制工作由他的弟子继承下来,在忠敬死后3年的1821年,大日本沿海兴地全图完成了,献给了幕府。

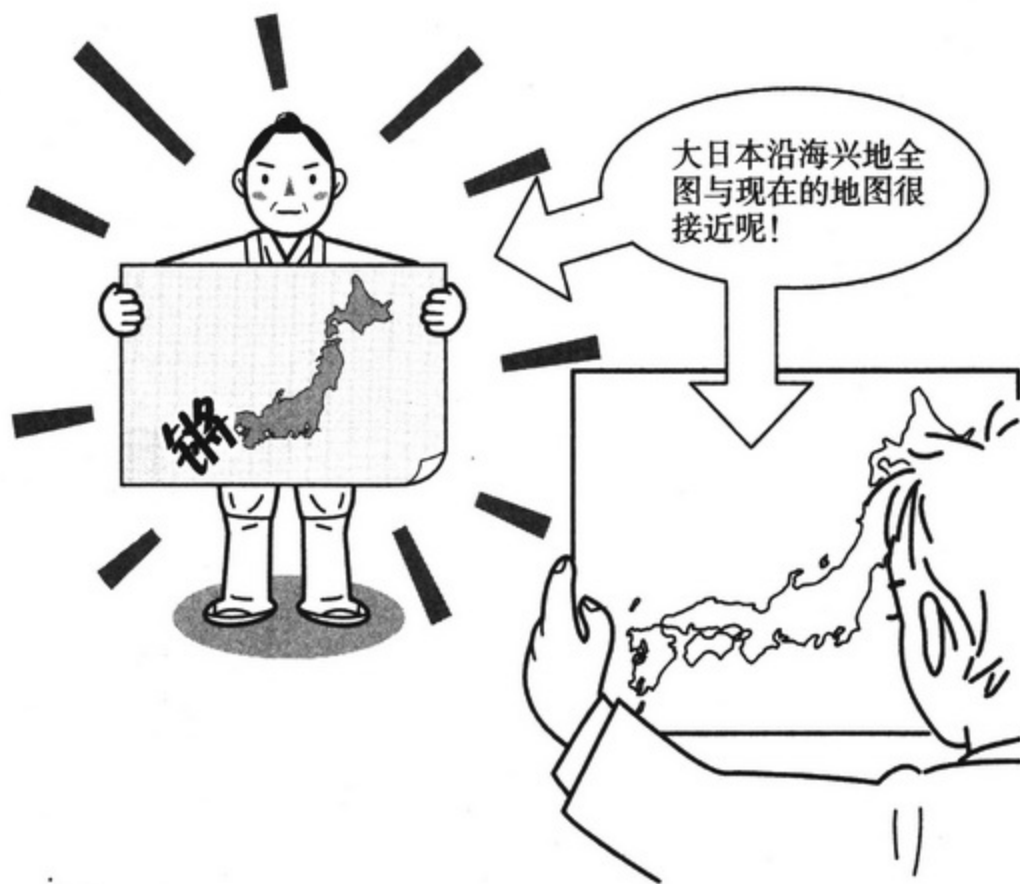


图1.20 伊能忠敬绘制的日本地图的准确度

上交的大日本沿海兴地全图是国家的重要机密,保管很严密,严禁公开,一直到幕府末期才得以公开。1828年,西博尔德将日本地图带了出去,与此相关的人都受到了严厉的处罚,这是著名的“西博尔德事件”。

## 日本测量的基准：三角点与水平点

### ■ 三角点

日本国内的位置基准是三角点,一等三角点的相邻距离是以45km为基准的,按照等级分别分为一等、二等、三等和四等。三角点需要定期进行测量,以保持其精度。全国范围内的三角点如网状般分布,而称为三角网。日本的一等三角网图如

图 1.21 所示。

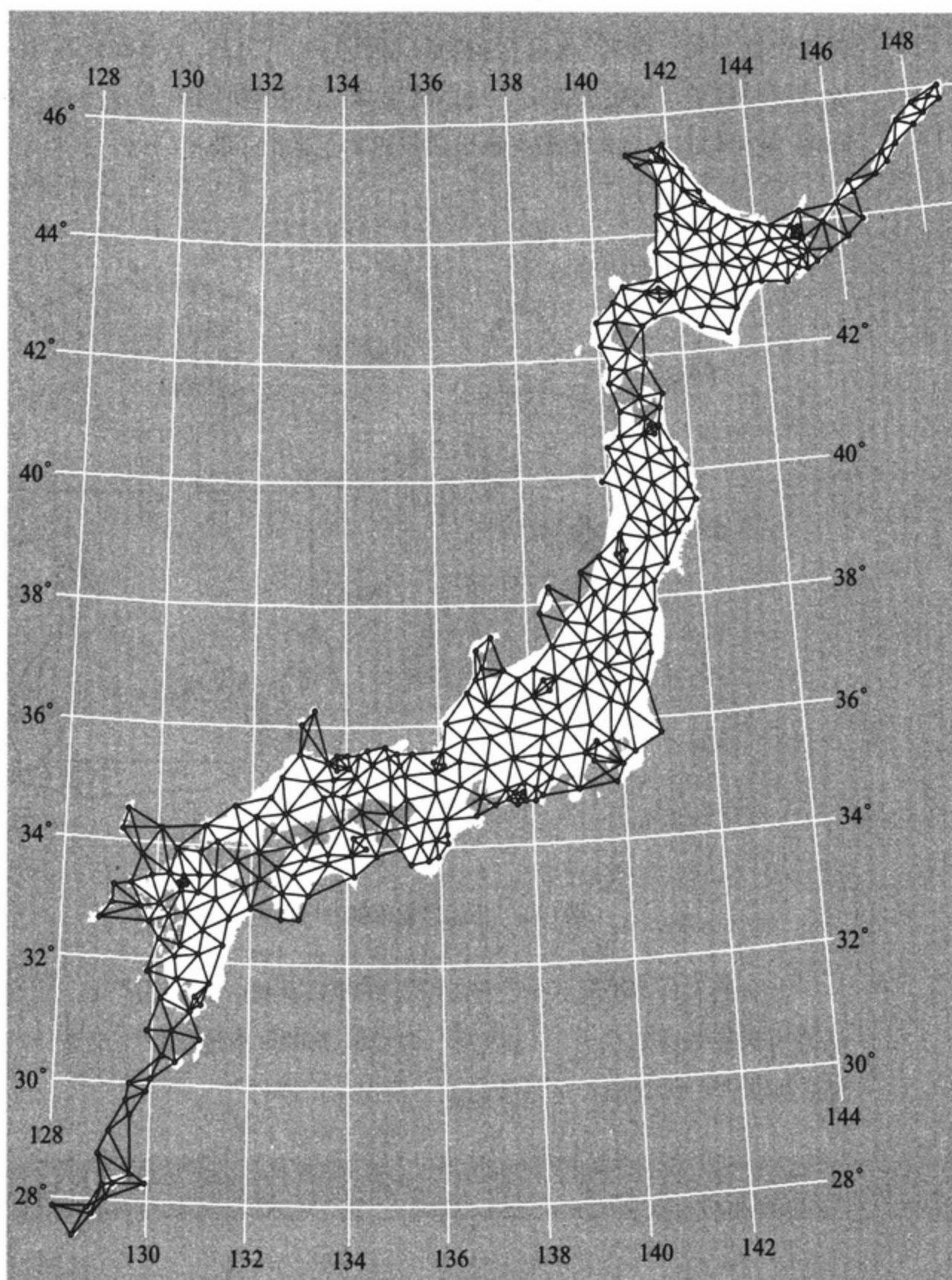


图1.21 日本的一等三角网图  
(出处：日本国土地理院)

日本的三角网原点,位于东京都港区麻布台的俄罗斯大使馆后面的东京天文台。这个原点又是日本纬度和经度的原点。以前在这个地方进行天文测量,得到纬度和



经度（北纬  $35^{\circ} 39' 17.5148''$ ，东经  $139^{\circ} 44' 40.5020''$ ）。

## ■ 水平点

与三角点不同，作为地形的高度的基准点的水平点是针对日本全国地形而设置的。这个水平点的原点称为水平原点。日本的水平原点在东京都千代田区永田町，原点高度距离日本平均海面  $24.4140\text{m}$ 。以这个水平原点为出发点，可以相对决定出全国地形各点的高度。

日本的平均海面是在近几年对东京湾的验潮场进行海面位置测量，根据测量结果而求得的（日本在明治 6 年到 12 年之间对东京湾云岸岛的验潮场进行测量得到的结果作为东京湾的平均海面，以此作为基准水平面）。高度（高程）是指以此平均海面为基准面的垂直方向的距离。例如，富士山的高程为  $3776\text{m}$ ，这就是指距离平均海面的高度。

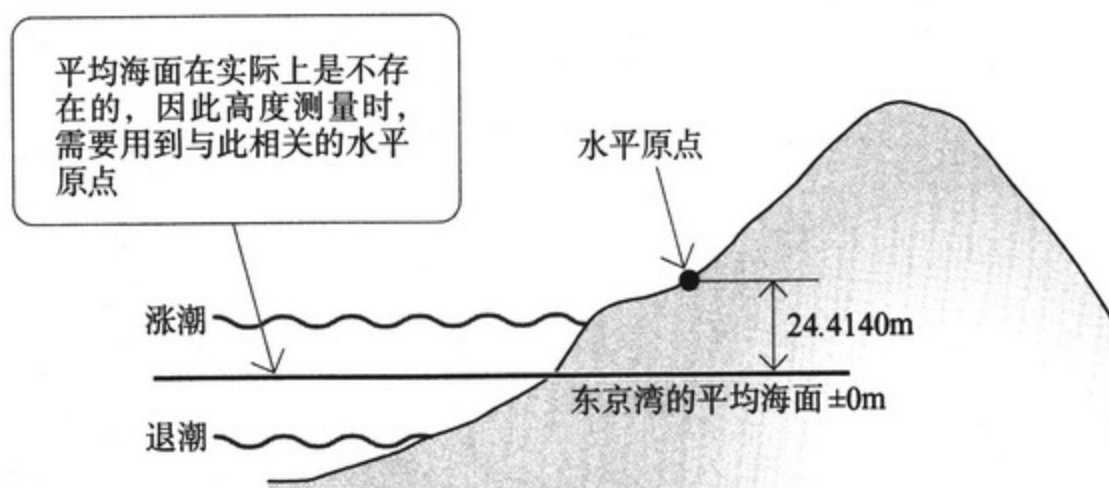


图1.22 高度的基准

但是，根据测量结果计算出来的作为基准面的平均海面，在现实中是不存在的（实际的海面，由于涨潮和退潮的海面高度不同，因此经常变化）。现实中为了便于高度测量，需要确定一个固定点，以这个点的高度为基准。这个点成为水平原点。

不过，在与高度关系没有直接关系的岛屿上，根据设置的验潮场的潮位测量结果计算得到平均海面，以这个高度为基准。在河流和港湾的工程，除了以海湾的平均海面作为高度的基准，也有以各个河流和港湾的平面作为基准的情况。这样，在实际应用中就会有許多不同特点的基准面。

水平点由国土交通省国土地理院管理，设置分为不同等级的水平点，地方有各自管理的不同级别的水平点。等级的数字越小，这个水平点的精度越高。通常在主要道路沿线有设置的柱石、金属标杆等水平点。在交通繁华的道路上，担心工程建

设或交通事故会破坏水平点，因此将水平点设置成半地下式的。有设置水平点的道路称为水平路线。与三角网一样，水平点在全国也呈网状分布，被称为水平网。图 1.23 是所示的日本的一等水平路线图。

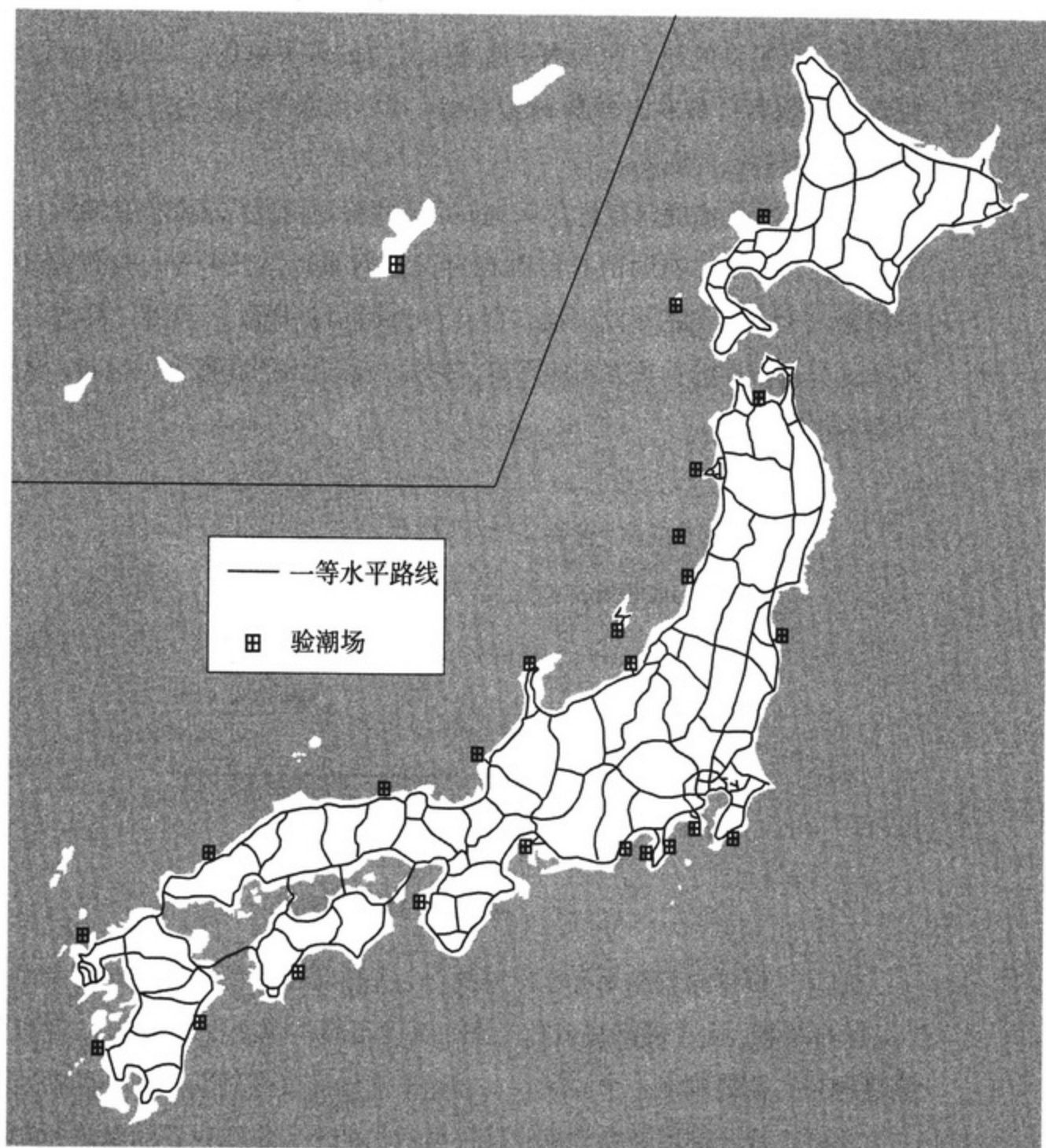


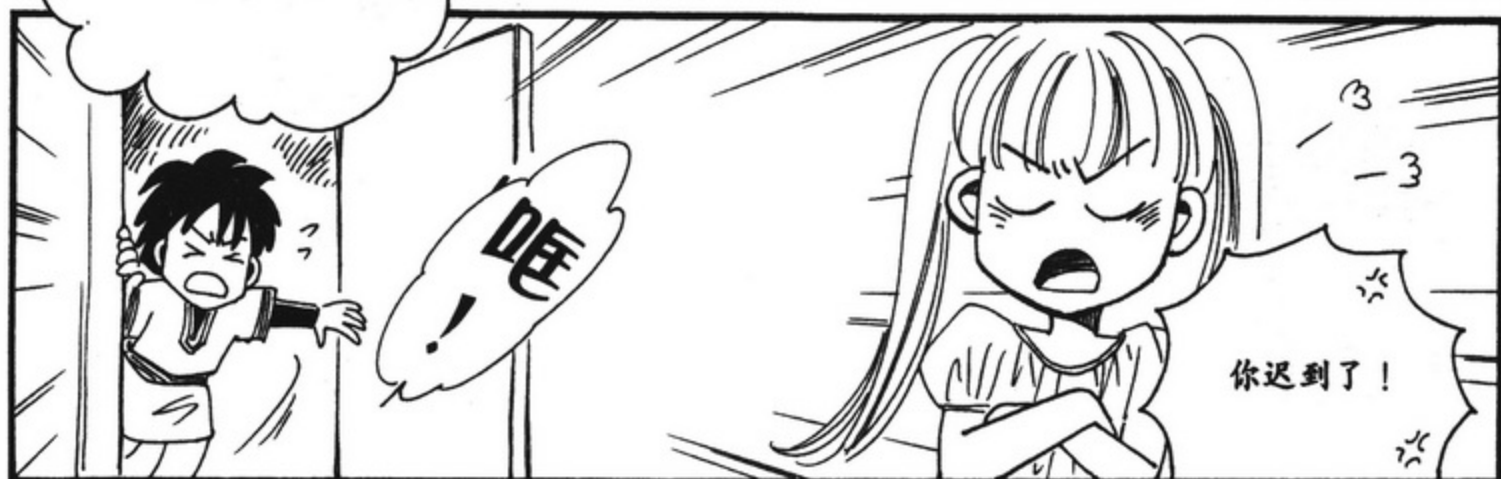
图1.23 一等水平路线图  
(出处：日本国土地理院)

## 第2章

# 距离测量



# 1. 距离测量的概念



我这里有地图，  
来量一下吧。

是

地图上的距离乘以地图  
比例，大概 500m 吧？

啊……  
我感觉不止啊……

哼  
哼

### 关于距离的思考

地图是二维的平面图，距离是指一点  
到另外一点之间的直线距离。

因为从宿舍到学校的距离是倾斜的，这个倾斜程度在地图上没有表示出来，地图上表示的是与之相关的水平平面上的距离。

这样的距离称为  
水平距离。

啦啦

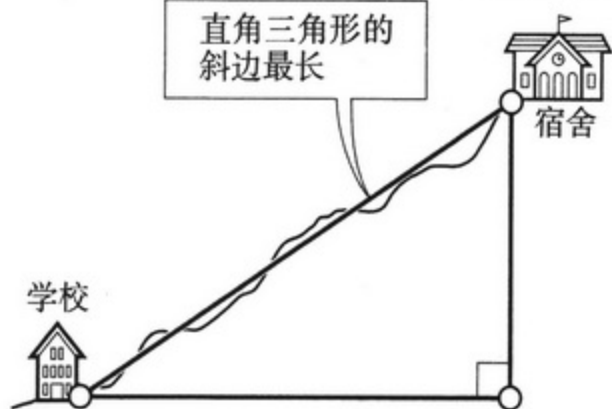
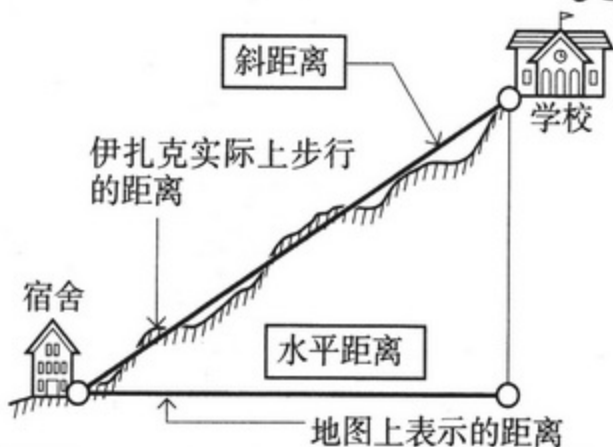


但是，实际上从宿舍到学校是坡路啊。

像坡路这样的斜面距离称为斜距离。

在直角三角形中，我们知道斜边是最长的边。

因此理所当然斜距离比水平距离要长。



关键点就是直角三角形。

啊？

**锵**

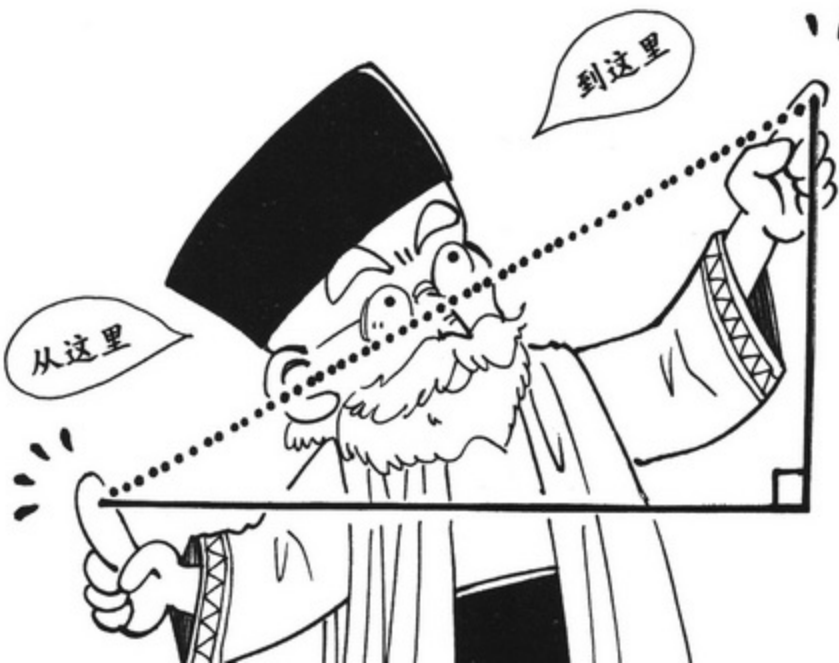


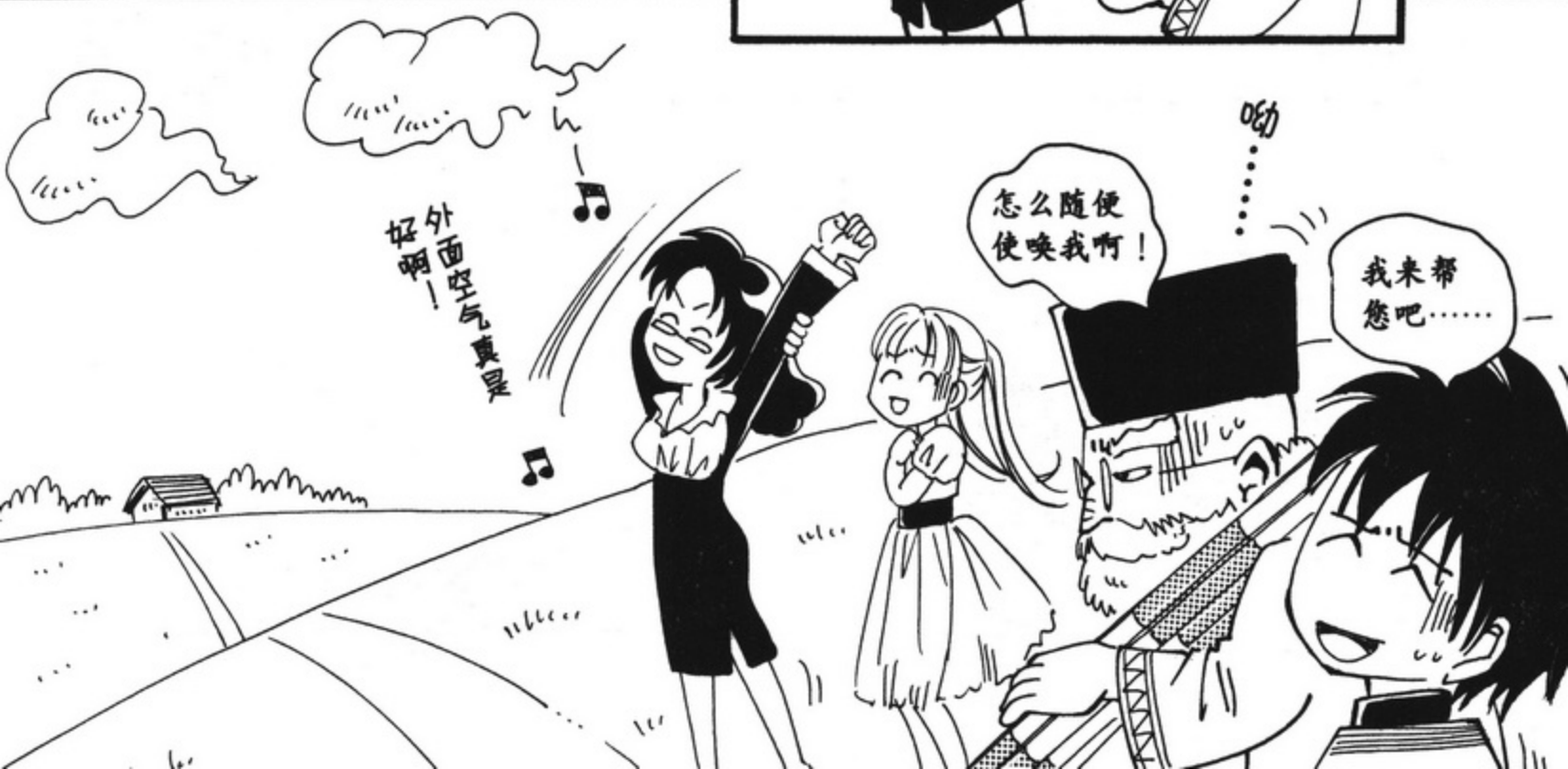
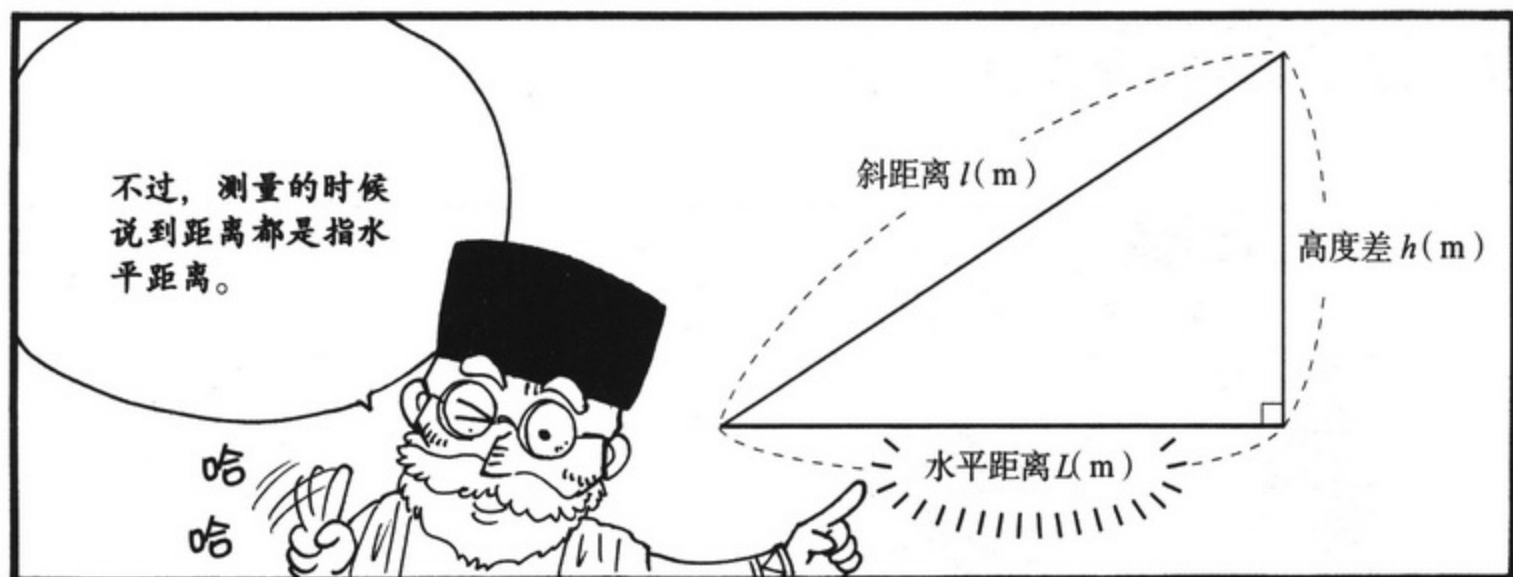
从这里

到这里

距离是指两点之间的直线距离，

两点之间连接的直线的斜距离和水平距离之间还有高度差。





## 2. 求斜面距离的方法

利用卷尺直接测量水平距离

我们来测量从这里到宿舍的距离。

从这里就可以看出这段距离是倾斜的，因此测量的是斜距离。

但是，你刚才说我们测量得到的距离都是水平距离啊！

对，最终我们还是要求出水平距离的。

根据斜面距离求水平距离的方法有两种。

一种是用卷尺在斜面上直接测量水平距离。

水平……又不能挖隧道去测量，也不能飞到天空中去测量……

没办法测量吧……

水平距离  $L(m)$



有办法的！

即使是在斜面上，  
好好想办法也是能  
测量水平距离的。

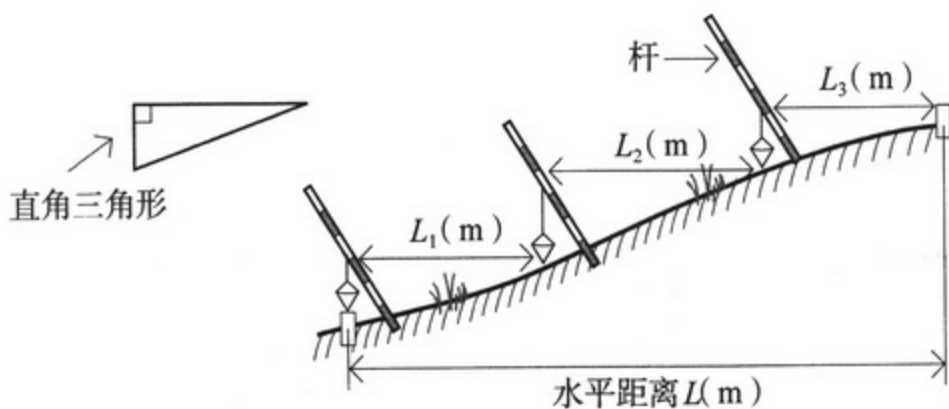
在斜面上测量  
水平距离……

这样将斜面分  
成几段

分别测量水平距离  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  
然后将它们加起来不就能得到水  
平距离了吗！

采用这种方法即使在斜  
面上也是能测量水平距  
离的吧。

$$\text{水平距离 } L(\text{m}) = L_1 + L_2 + L_3$$



在这里，重要的也  
是直角三角形。

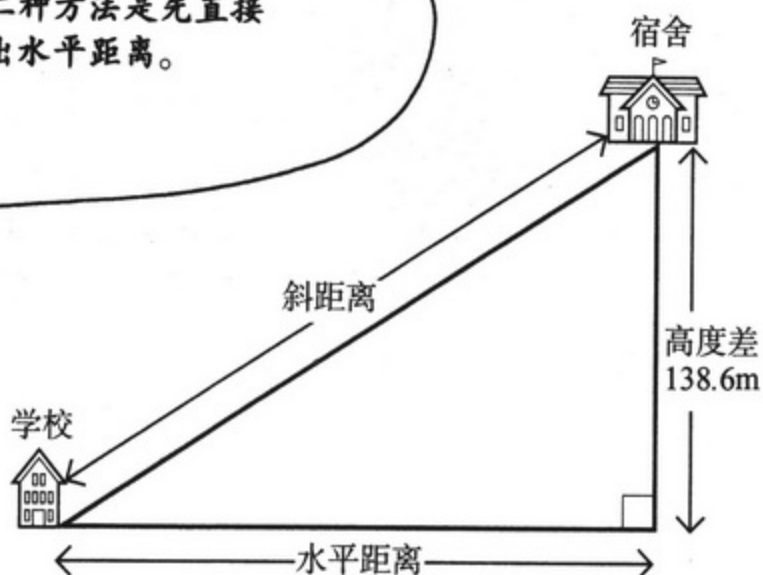
锵！

又来了……

## 利用卷尺直接测量斜距离

测量斜面的水平距离的第二种方法是先直接测量斜距离，然后计算得出水平距离。

知道了从宿舍到学校的高度差，就能采用这种方法计算水平距离。



虽然现在不知道水平距离，但是可以通过斜距离和高度差计算出来。

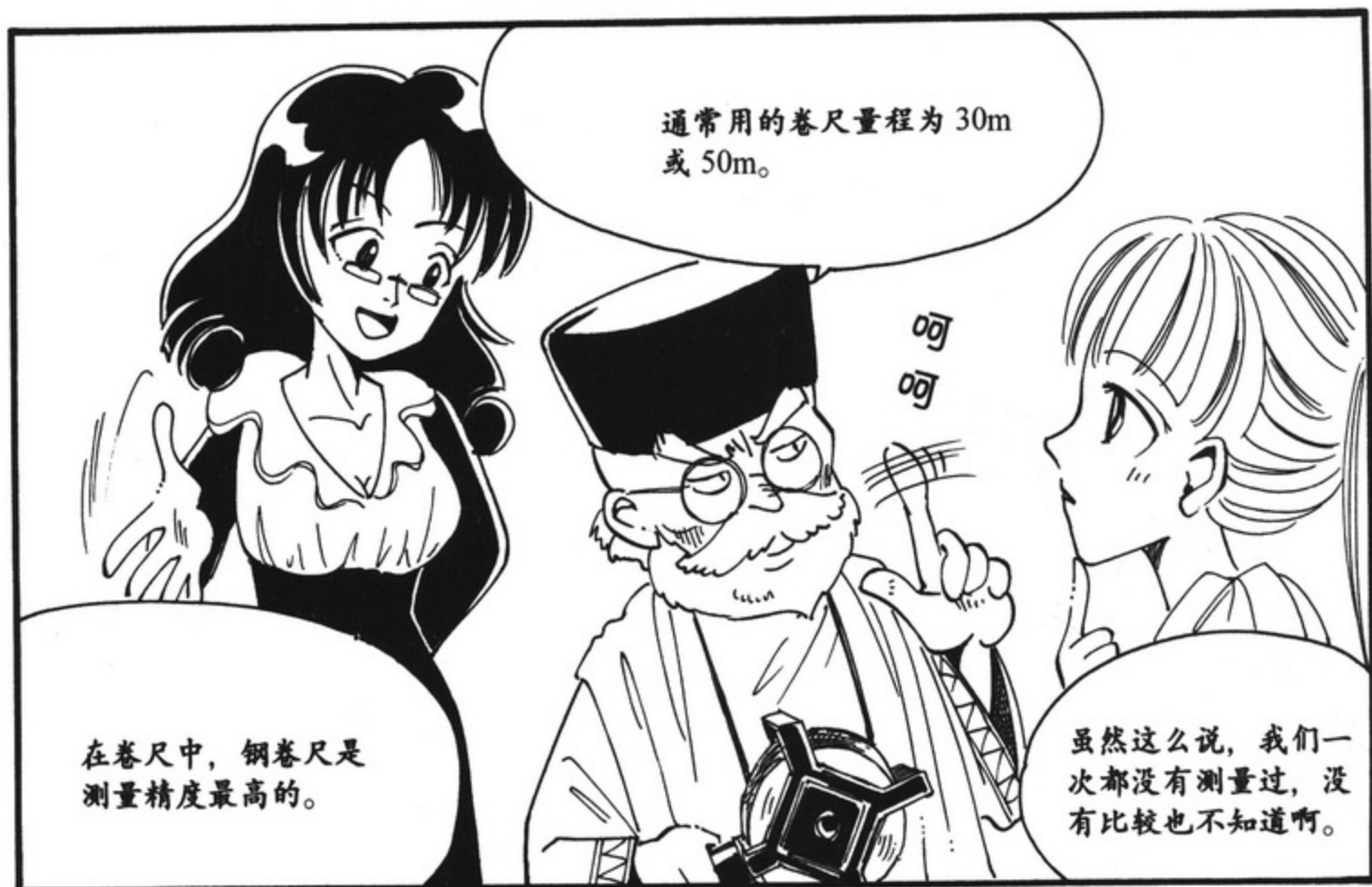
测量距离的卷尺有钢制的和纤维制的。

# 锵

这次我们用钢制的钢卷尺吧。

虽然钢随着温度变化有热胀冷缩效应，不过相对一般的标准温度  $20^{\circ}\text{C}$ ，变化范围为  $\pm 10^{\circ}\text{C}$ ，对钢卷尺影响不大。

嗯……



通常用的卷尺量程为 30m  
或 50m。

呵  
呵

在卷尺中，钢卷尺是  
测量精度最高的。

虽然这么说，我们一  
次都没有测量过，没  
有比较也不知道啊。



斜距离有 500m，在  
这两点之间设置几个  
中间点，逐段测量。

然后将它们加起来  
就得到结果了。



.....  
这么说的话.....

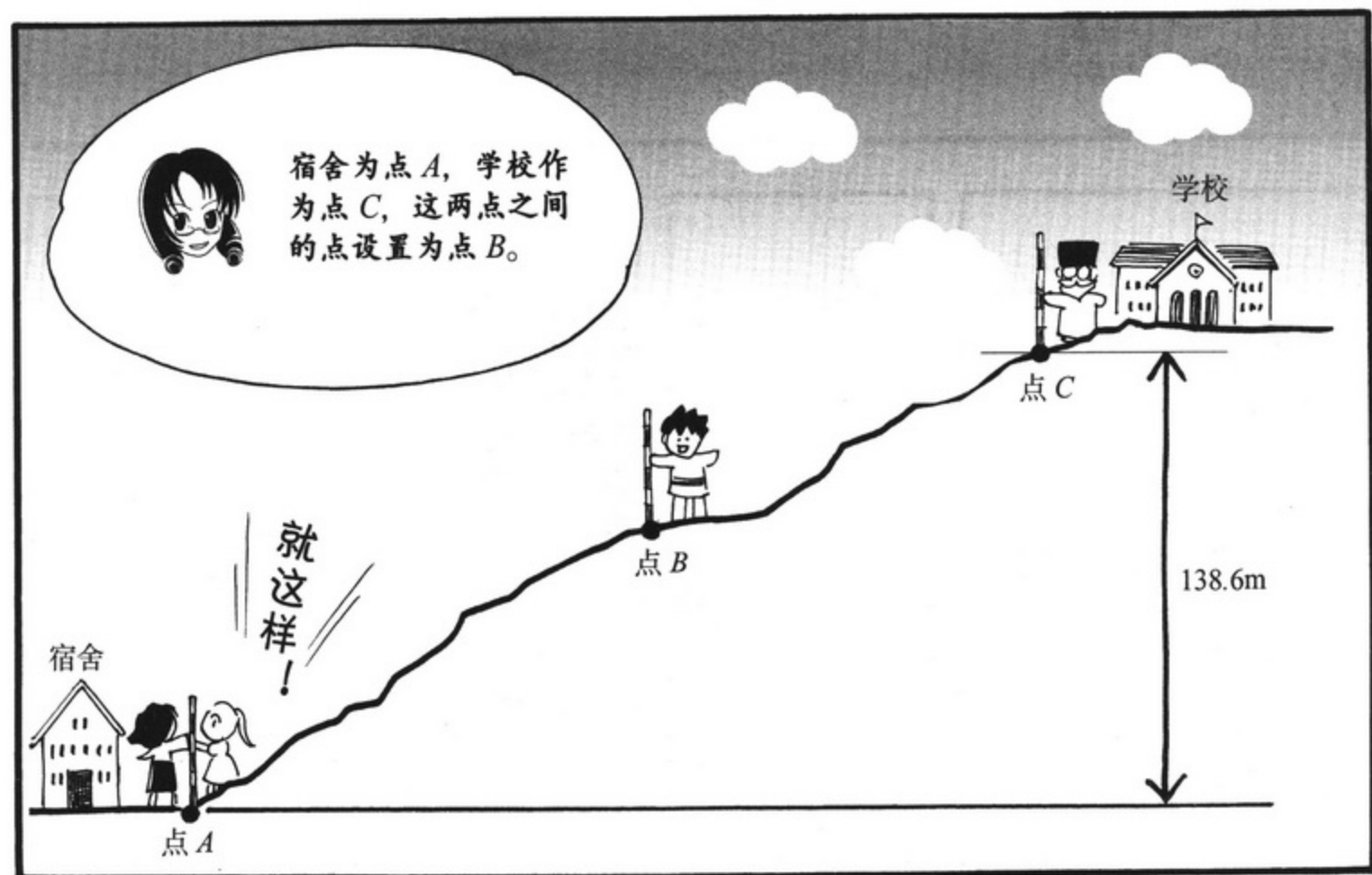
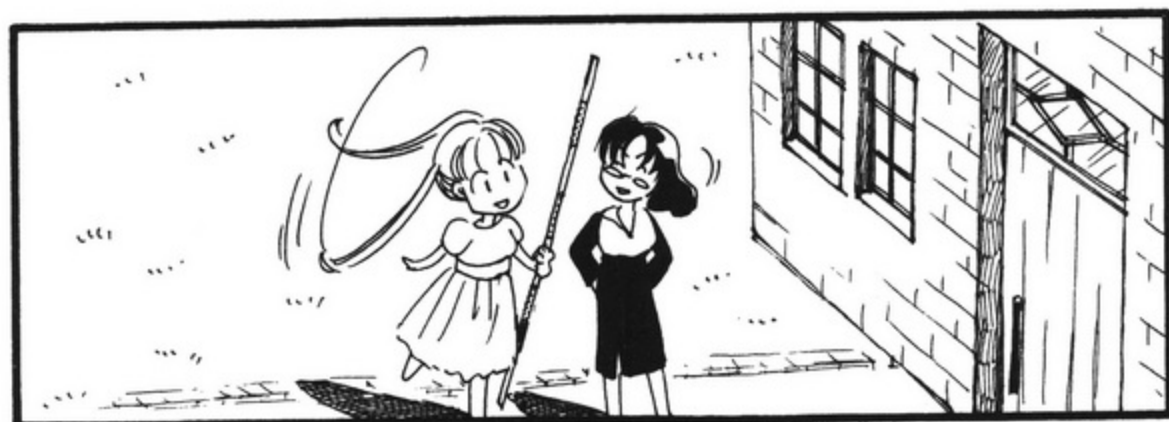
呼.....

是啊！

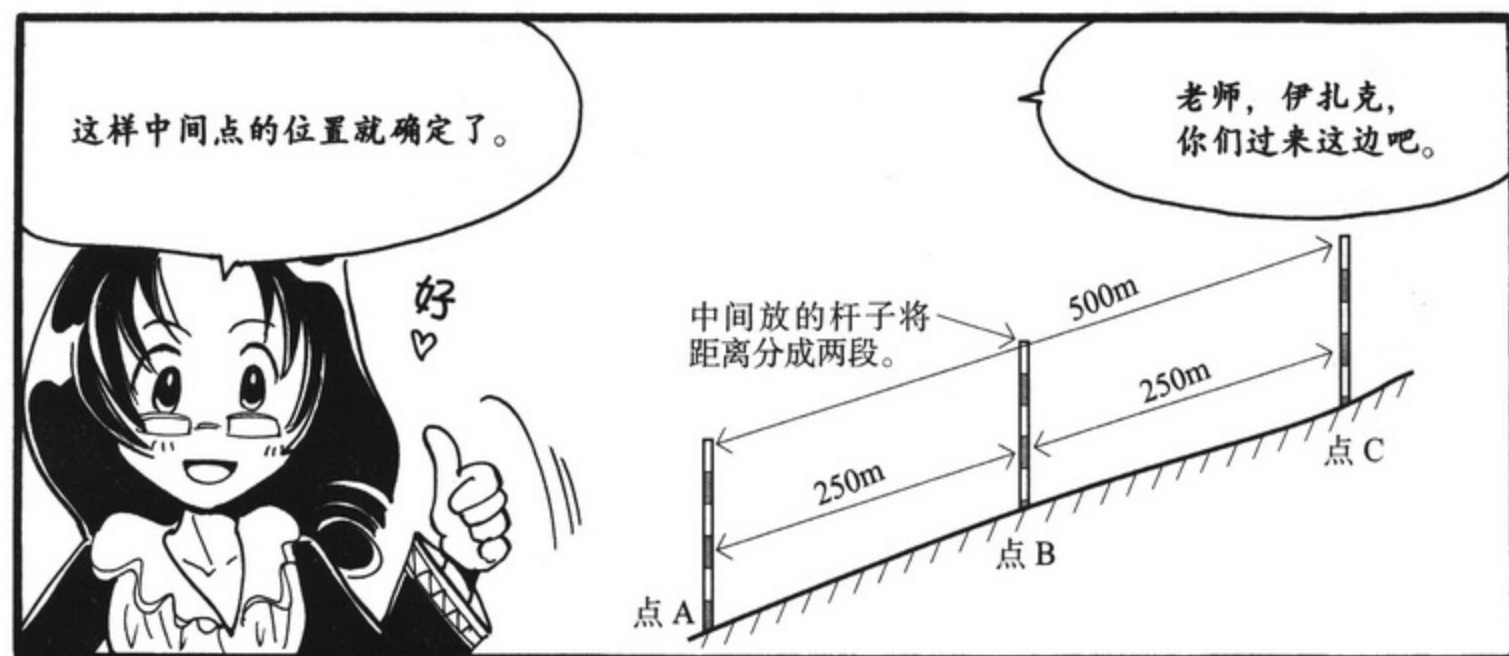
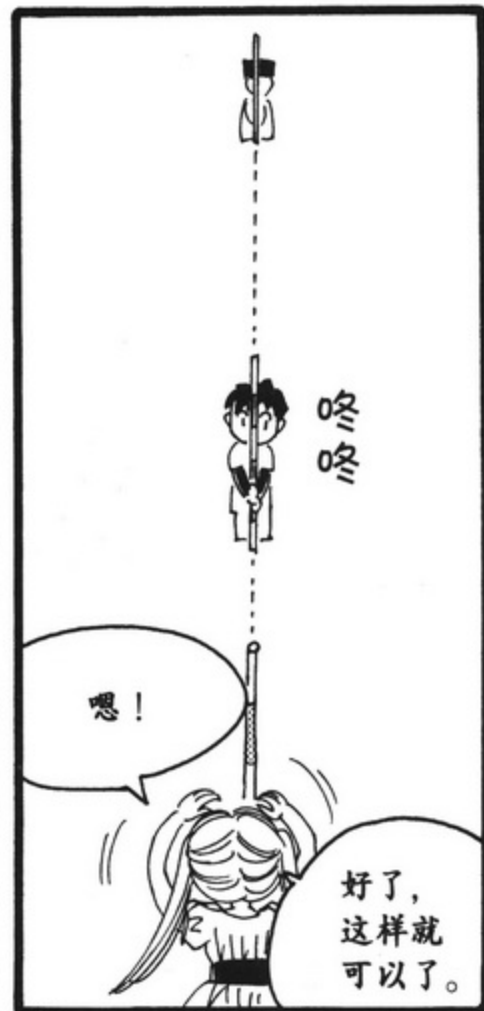
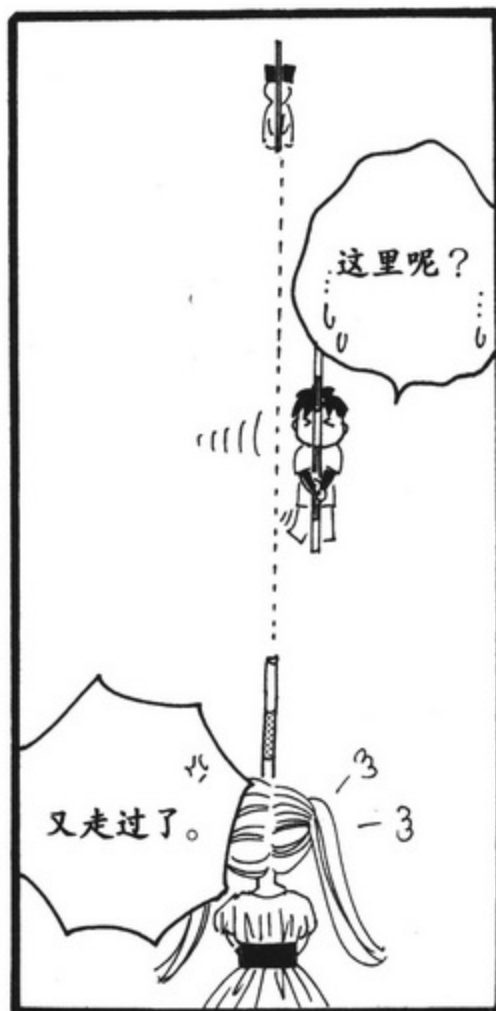
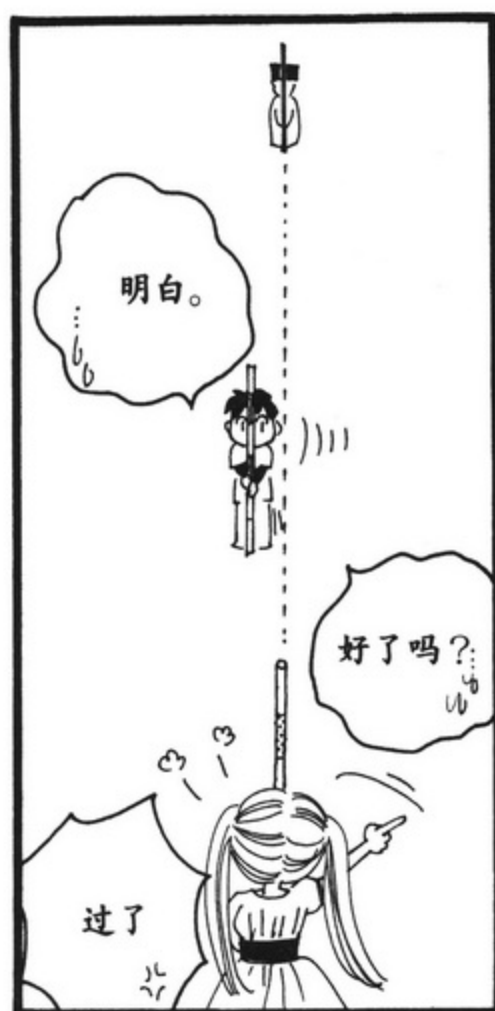
最少也得分成  
十段测量吧。













织 香：这次测量的距离为 500m，设置了点 A 和中点 B，将这段距离分成了两段。接下来，由于我们用的钢卷尺的量程为 50m，因此需要将 AB 和 BC 分成每段小于等于 50m 的小区间。（图 2.1）

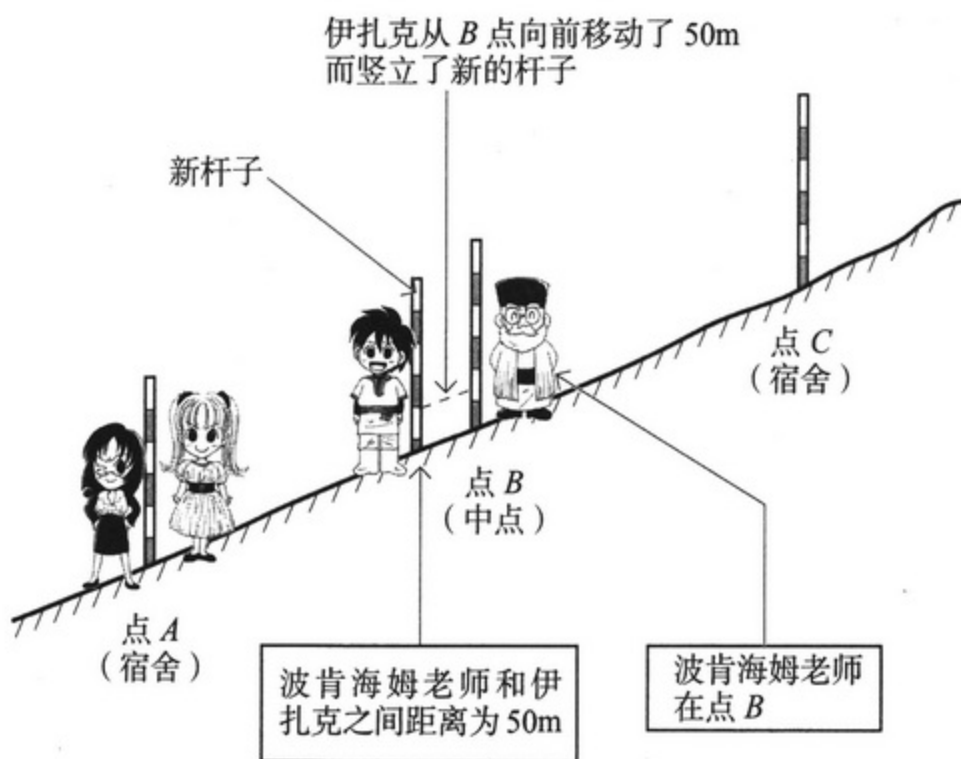


图2.1 在点A和点B之间设置点的方法



织 香：伊扎克竖立新的杆子，老师你把杆子搬过来。



老 师：为什么身为“传奇的建筑大师”的我要做这样的苦力活呢！织香你简直是魔鬼……



织 香：老师……我听见了哦。



老 师：你这个顺风耳……



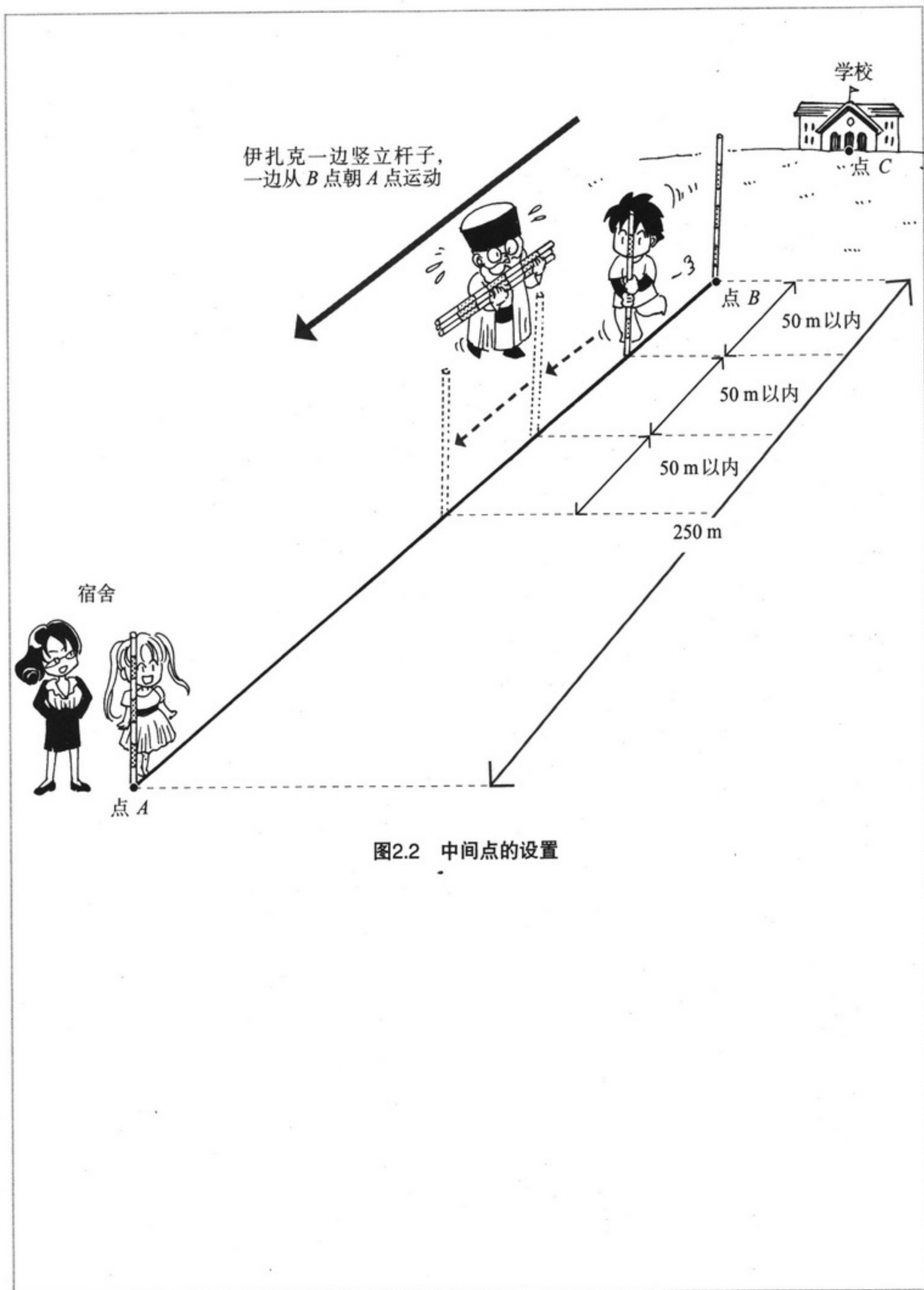


图2.2 中间点的设置



克拉拉：织香小姐，为什么要从那边朝这边设置中间点，而不是从这边开始朝那边走呢？



织香：从这边开始的话，就要把杆子都搬到这边来，很麻烦，所以从那边朝这边设置中间点。



克拉拉：原来如此啊！

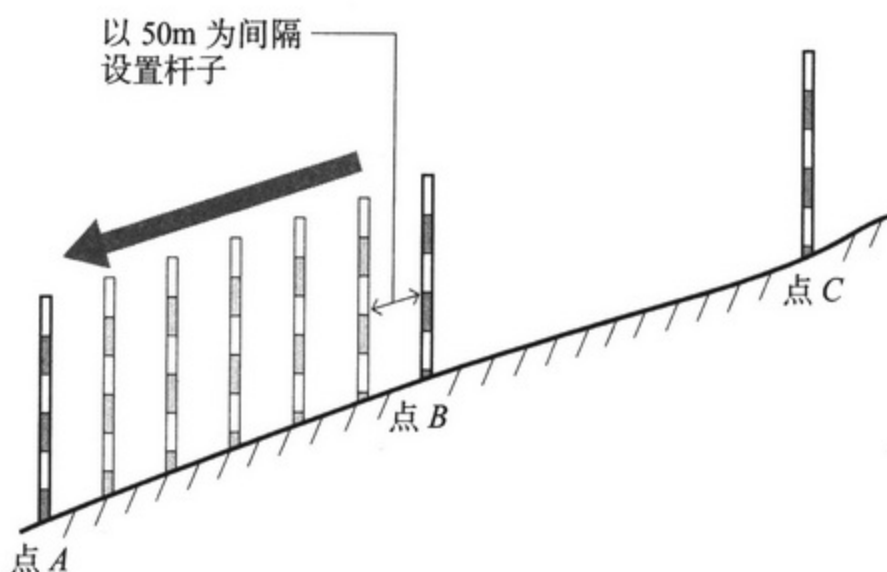


图2.3 中间点设置完成



织香：这样点A和点B之间的中间点都设置完毕了。中间有5个点，将250m分成6段。接着在点C和点B之间设置杆子。老师，伊扎克，拜托你们了。



老师：又是我啊！我可是“传奇的……”



织香：你在说什么呀？老师……



老师：我……知道了……



克拉拉：织香小姐……好严厉阿……



织 香：不能对男人太好了！有时候也要严格要求，让他们干干活。



克拉拉：原来如此啊！



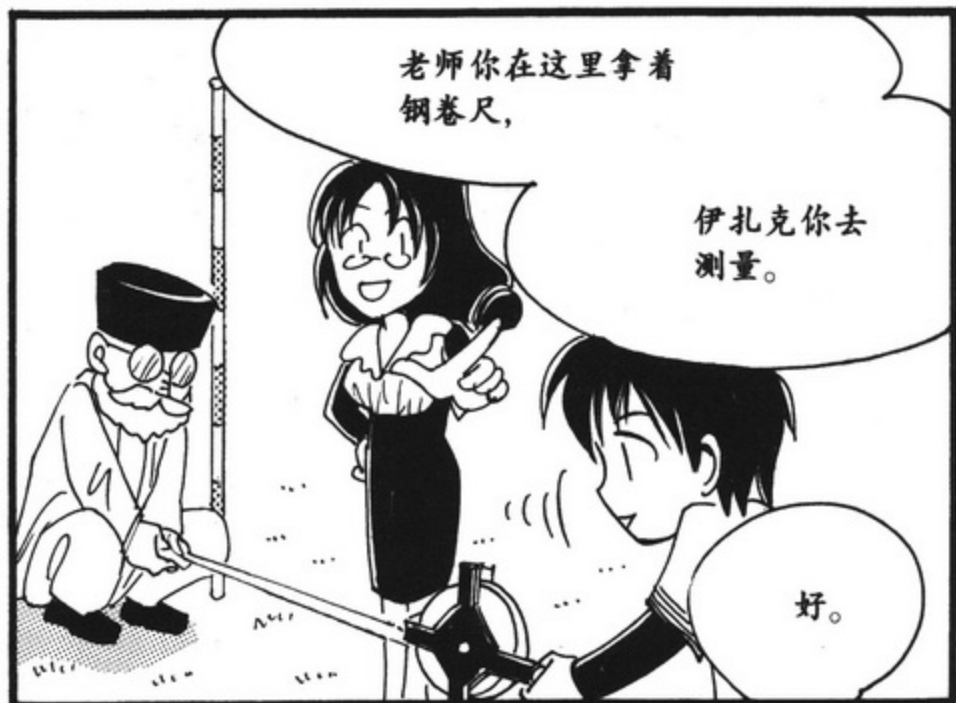
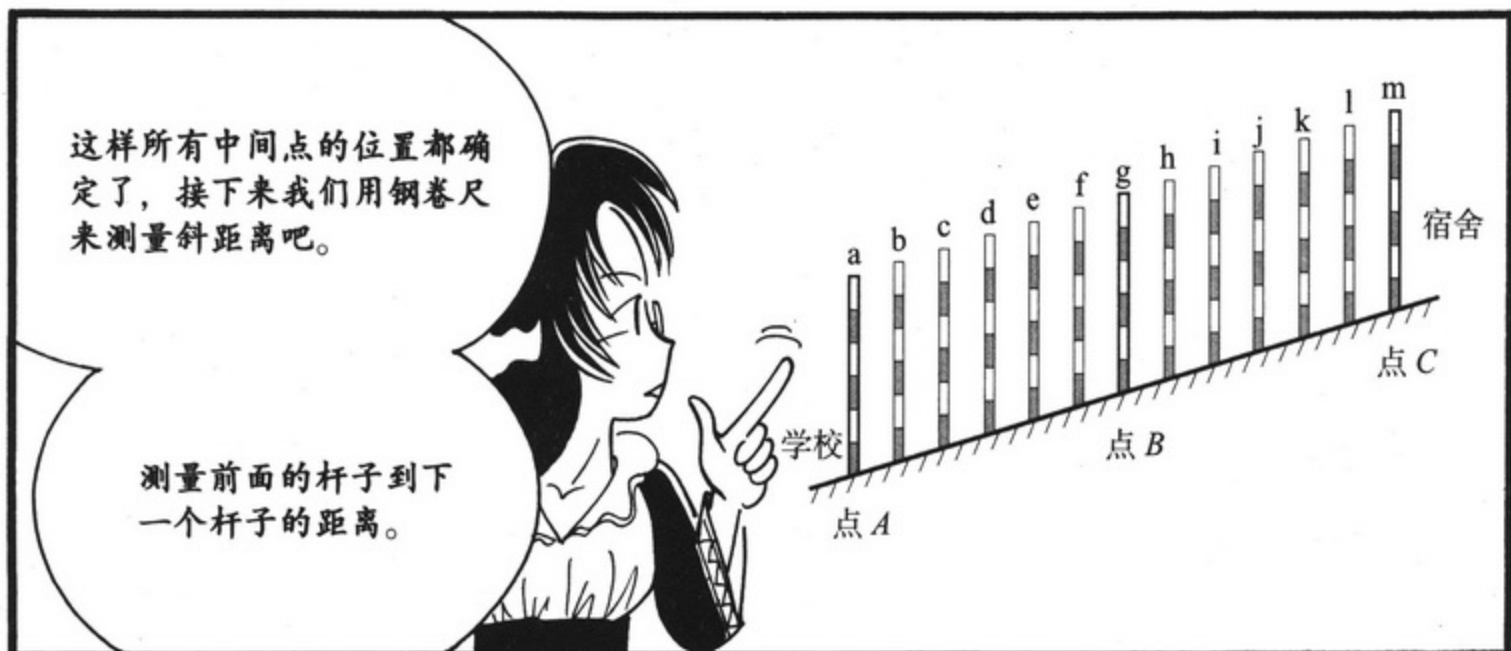
织 香：老师，这里没有杆子了，您去拿些过来吧。

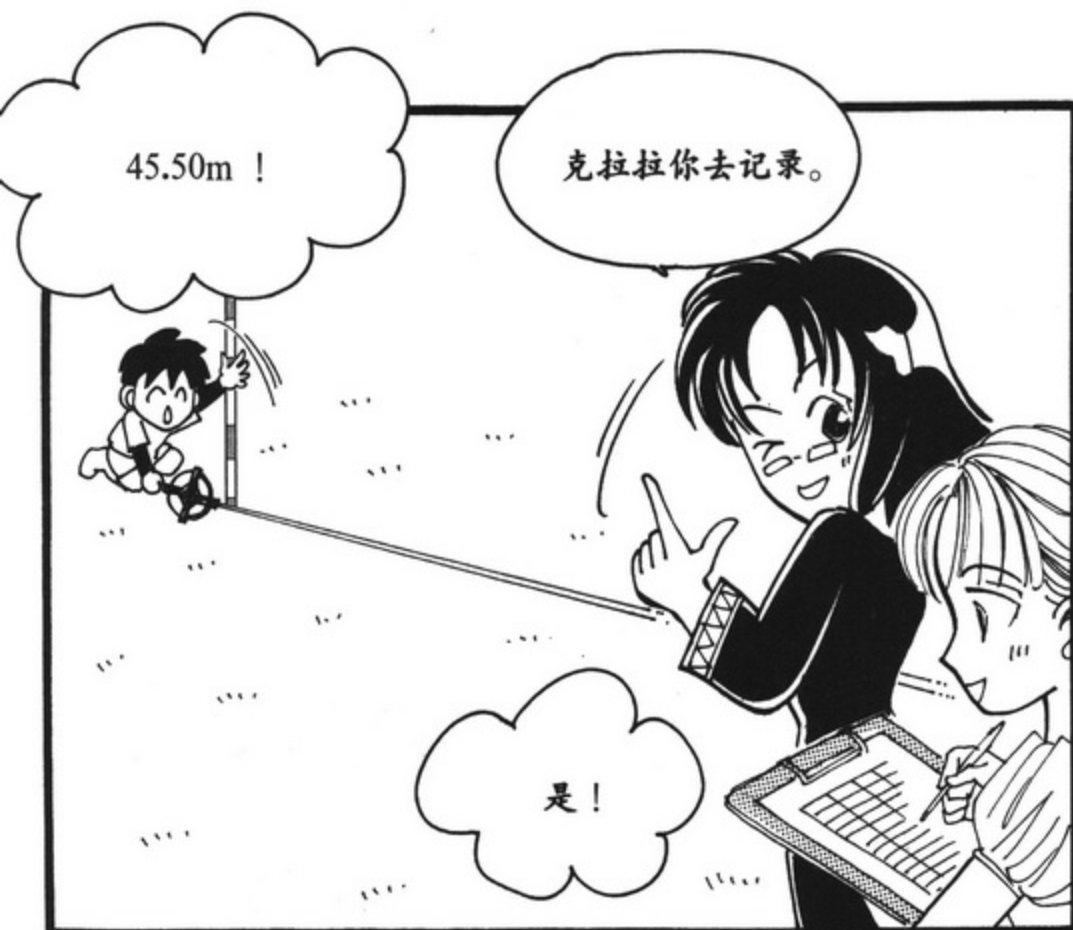


老 师：呃！

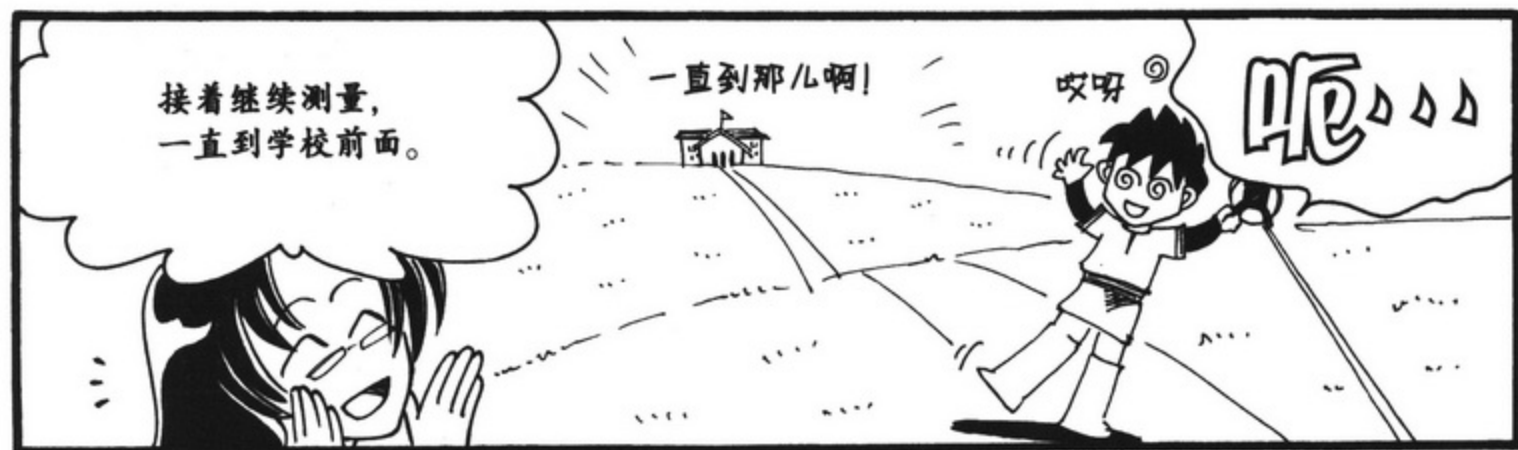


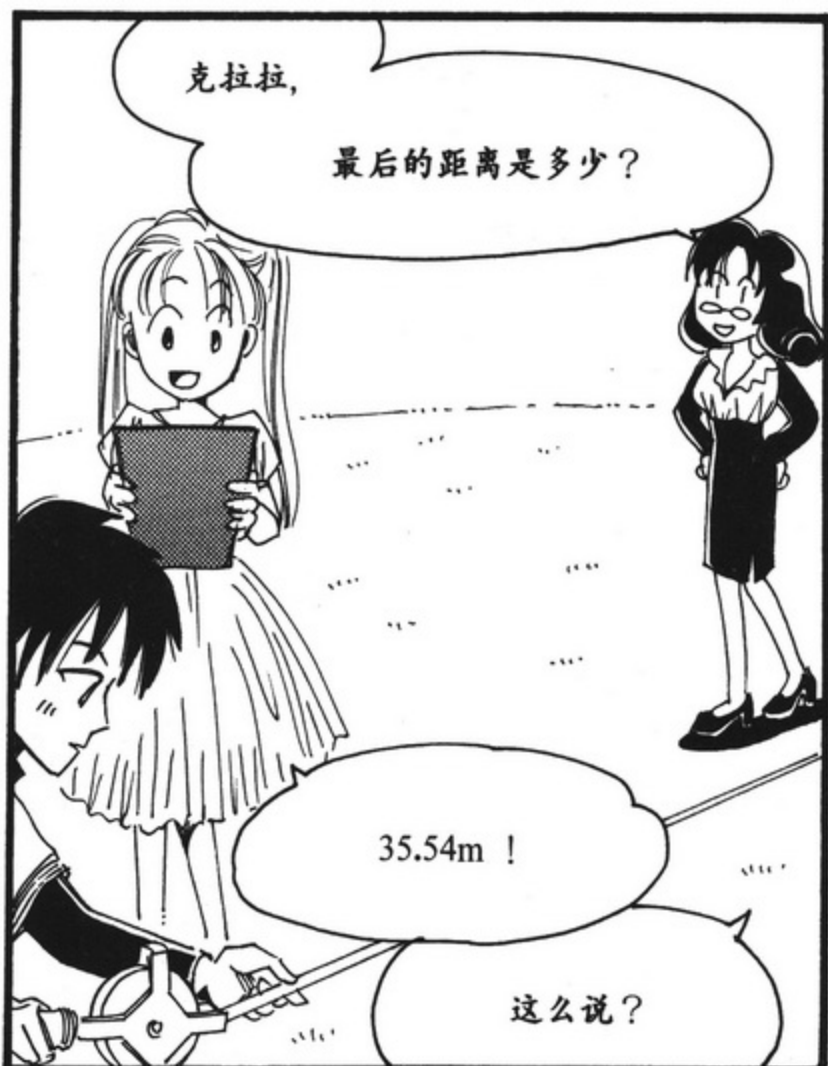
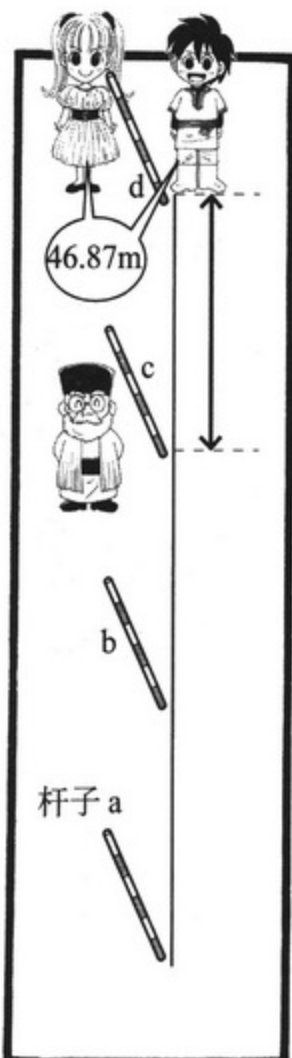
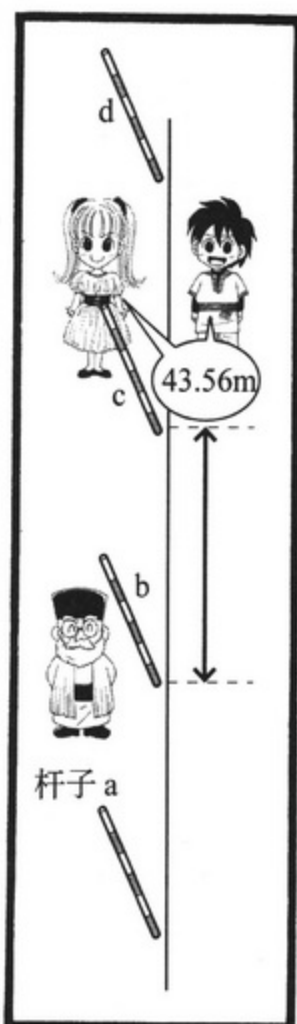
织 香：这样点  $C$  和点  $B$  之间也设置了中间点，接下来就可以开始测量距离了。





宿舍例	区间	斜距离
	ab	45.50
	bc	
	cd	
	de	
	ef	
	fg	
	gh	





斜距离就是  
535.54m。

终于所有的都  
测量完了。

	区间	斜距离(m)
↓	ab	45.50
	bc	43.56
	cd	46.87
	de	44.96
	ef	48.20
	fg	42.65
	gh	43.88
	hi	49.00
	ij	42.45
	jk	45.58
	kl	47.35
学校側	lm	35.54
合计		535.54

这样就能计算出水平  
距离了!

斜距离  
535.54m

高度差  
138.6m

水平距离  
?m

各位都辛苦了!  
接下来我们回到研究  
室去计算水平距离吧。

累死我这个老年  
人了……

呼~  
呼~

接下来你们把杆子收拾  
一下吧。

伊扎克帮着老师  
一起干活!

当然!

不过老师,  
你今天很有男子汉  
气概哦!

哦,真的是  
这样吗?

我们俩去  
喝茶吧。

### 3. 根据斜距离计算水平距离



织香：斜距离和高度差（已知为 138.6m）都知道了，就能求出剩下的水平距离了。



伊扎克：要怎么求？



织香：如图 2.4 所示的直角三角形，三条边有这样的关系： $a^2+b^2=c^2$ ，这个称为“勾股定理”。

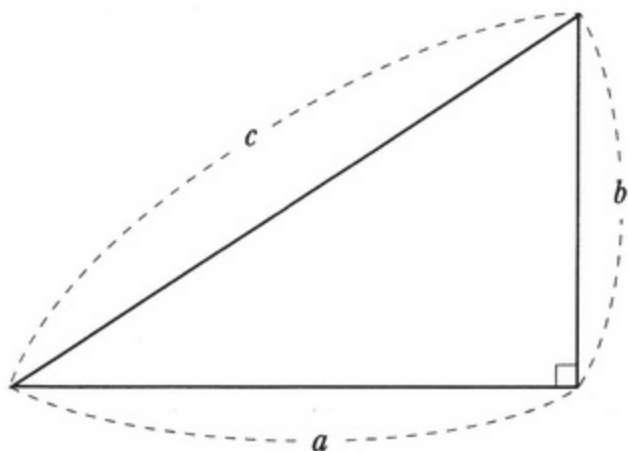


图2.4 勾股定理



织香：已经知道斜距离为 535.54m，高度差为 138.60m，将它们代入“勾股定理”，就可以求出水平距离了。

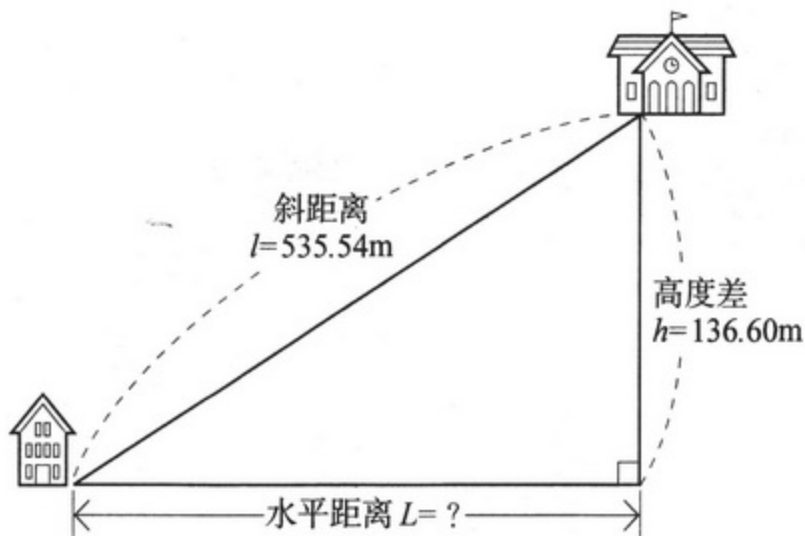


图2.5 从宿舍到学校的水平距离





织 香：根据边的对应关系可以将勾股定理的  $a^2+b^2=c^2$  换成  $L^2+h^2=l^2$ ，  
需要求  $L$  的值，因此将  $h^2$  移到右边来：

$$L^2 = l^2 - h^2$$
$$L = \sqrt{l^2 - h^2}$$

将斜距离 535.54m 和高度差 138.60m 分别代入  $l$  和  $h$  得到：

$$L = \sqrt{(535.54)^2 - (138.6)^2}$$
$$= 517.29 \text{ (m)}$$



织 香：也就说水平距离是 517.29m。



伊扎克：没有用卷尺进行实际测量，通过计算也能求出水平距离，感觉好不可思议啊！不过水平距离与斜距离相比，长度小了不到 20m，没什么变化，我还以为差别会很大呢！



织 香：由于是倾斜的所以你感觉好像长了很多。不过伊扎克……作为一个男生，这点倾斜程度的坡路就说走得很累，这可是有点丢脸哦！



伊扎克：……看来我需要加紧锻炼身体了……



# 织香的 误差校正教室

## ■ 卷尺的误差与规格

测量使用的仪器能测量出正确的长度，不过实际上仪器都是有误差的。作为距离测量仪器代表的卷尺也是有误差的。仪器在市场上出售之前都需要接受检测，测量仪器的误差，确认误差是在规定的一个范围之内。这个误差范围称为误差容限，根据误差的大小而将仪器分为一级、二级等不同的精度等级。而且，根据卷尺的材料（钢或纤维）不同，误差容限也不同。

钢卷尺的误差容限，日本工业协会（JIS）的规定如表 2.1 所示。一级的钢卷尺的误差容限最小，比二级的可信度要高。而且，同样的表示方法，量程在 1m 以上的钢卷尺，相比量程在 1m 以内的钢卷尺的误差容限要大。卷尺具体的量程与误差容限之间的关系如表 2.2 所示。钢卷尺的量程为 50m 时，误差容限为  $\pm 5.2\text{mm}$ 。实际上，这个误差容限比较大，厂商都是按照这个误差容限的 1/2、1/4 的精度要求来制作仪器的。相对于理论值，卷尺本身具有的测量误差称为仪器误差。

表 2.1 钢卷尺的误差容限（JIS B7512：2005）

量 程	日本工业协会（JIS）规定的误差容限	
	一 级	二 级
1m 以内	$\pm 0.2\text{mm}$	$\pm 0.25\text{mm}$
1m 以上	每增加 1m 误差增加 0.1mm	每增加 1m 误差增加 0.15mm

表2.2 一级钢卷尺的误差容限

卷尺的量程	误差容限	卷尺的量程	误差容限
5m	±0.7mm	30m	±3.2mm
10m	±1.2mm	35m	±3.7mm
15m	±1.7mm	40m	±4.2mm
20m	±2.2mm	45m	±4.7mm
25m	±2.7mm	50m	±5.2mm

## ■ 用卷尺测量距离时的长度校正

采用卷尺进行测量的时候,需要进行:(1)仪器误差的校正;(2)温度校正;(3)倾斜校正;(4)张力校正;(5)变形校正。下面介绍一下这五种校正。

### (1) 仪器误差的校正

先看仪器误差的校正。只看钢卷尺的话是很难理解仪器误差的,实际上的制品,它们的标称值与理论值比较,有的大一些,有的小一些。也就是说具有不同的仪器误差,在接受检验时,仪器误差都要标示(精度标示)出来。

例如,30m的钢卷尺,它的标称值比理论值要大一些,是 $30\text{m}+0.0025\text{m}$ (图2.6(a))。用这个钢卷尺测量30m时,实际是 $30.0025\text{m}$ (比30m伸长了 $0.0025\text{m}$ )。

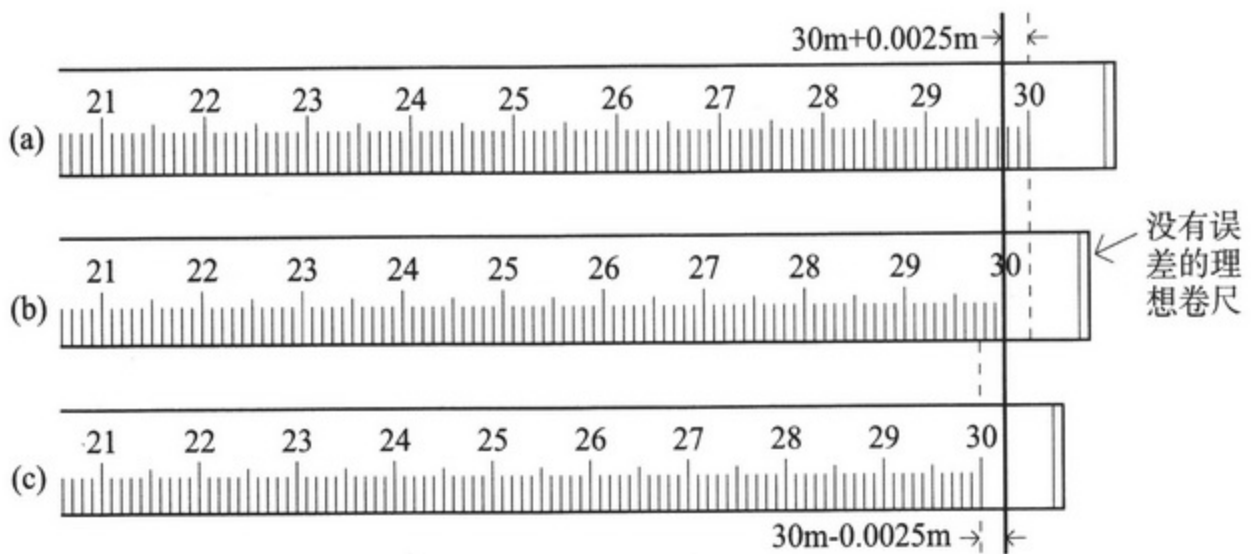


图2.6 卷尺的仪器误差

图 2.6 (b) 是没有误差的理想钢卷尺。还有, 图 2.6 (c) 的仪器误差为  $-0.0025\text{m}$ , 表示标称值比  $30\text{m}$  缩短了  $0.0025\text{m}$ 。

用具有一定仪器误差的钢卷尺测量距离的时候, 需要进行下面的校正。

$$\text{仪器误差的校正量 } C_1 = \frac{\Delta l}{l} L$$

$C_1$ : 校正量 (m),  $\Delta l$ : 仪器误差 (m),  $L$ : 测量距离 (m),  $l$ : 钢卷尺的测量长度 (m)

**【例题】**用点  $A$  与点  $B$  之间的长度为  $30\text{m}$ , 仪器误差为  $0.0025\text{m}$  的钢卷尺测量某一长度, 测量结果为  $28.650\text{m}$ , 请求出正确的长度  $L_0$

$$\begin{aligned} \text{仪器误差的校正量 } C_1 &= \frac{\Delta l}{l} L \\ &= \frac{0.0025}{30} \times 28.650 \\ &= 0.00239 \\ &\approx 0.002 \end{aligned}$$

因此, 正确的长度  $L_0 = 28.650 + 0.002 \approx 28.652 (\text{m})$

## (2) 温度校正

钢卷尺设定的工作温度为  $20^\circ\text{C}$  (标准温度)。如果测量时的温度比标准温度高, 由于热胀冷缩效应, 测量得到的值比实际距离要小, 相反, 测量时的温度比标准温度要低, 那么测量得到的值比实际距离要大, 因此需要进行校正。

$$\text{温度校正量 } C_1 = \alpha(t - t_0)L$$

$C_1$ : 校正量 (m),  $\alpha$ : 膨胀系数 ( $1/^\circ\text{C}$ ),  $t$ : 测量时的温度 ( $^\circ\text{C}$ ),  $t_0$ : 标准温度 ( $^\circ\text{C}$ ) (通常为  $20^\circ\text{C}$ ),  $L$ : 测量距离 (m)

### (3) 倾斜校正

如果卷尺与测量区间不是完全的平行，有一定的角度（有倾斜），用下面的式子能求出校正量。根据倾斜量与水平距离之间的关系，这个校正量肯定是负的。

$$\text{倾斜校正量 } C_i = -2L \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{h^2}{2L}$$

$C_i$  : 校正量,  $L$  : 测量距离 (m),  $\theta$  : 倾斜角,  $h$  : 测量区间的高度差 (m)

### (4) 张力校正

卷尺检验时，在某一温度下都有一定的张力（标准张力：20N、50N等）。因此，如果测量是卷尺所受的张力比检验时的标准张力要大，则卷尺会伸长，如果比检验时的标准张力要小，则卷尺会缩短。在这样的情况下校正量的计算公式如下。

$$\text{张力校正量 } C_p = (P - P_0)L \frac{1}{AE}$$

$C_p$  : 校正量,  $P_0$  : 标准张力 (N),  $E$  : 弹性系数 (N/m<sup>2</sup>),  $A$  (m<sup>2</sup>) : 横截面积

### (5) 变形校正

卷尺在测量距离的时候，由于重力作用卷尺会产生变形。针对变形的校正量可以用下面式子求出来。而且，由于测量值包含了重力变形，比理论值要大，因此这个校正量肯定是负的。

$$\text{变形校正量 } C_s = -\frac{(Wg)^2 L}{24P^2}$$

$C_s$  : 校正量,  $W$  : 支撑点之间的卷尺的质量 (kg),  $L$  : 测量距离 (m),  $P$  : 测量是施加的张力 (N),  $g$  : 重力加速度 (9.8m/s<sup>2</sup>)



这样，  
距离测量的讲义就  
讲完了！

我们也收拾  
完了

哎呀，  
你们回来了啊！

今天我们用钢卷尺进行了测  
量，不过用现在最新的仪器  
能非常简单地测量出来，

啊？

哇

啊啊，  
辛苦你们了！

早说嘛！

让我们那么辛苦！

测量是很基础的知识，要想  
成为专家首先就要学好基础  
知识。

是！

不过伊扎克也在一点  
点成长呢！

嗯！  
谢谢夸奖！

嗯，  
很可爱啊！

哼！

## 采用光波测量距离

### ■ 采用光波测量距离的原理

除了用卷尺直接测量距离外，还可以采用光波测量距离。光波测距仪就是根据发射光与反射光之间的相位差计算出距离的仪器。光波能准确测量出两点之间的距离，而且具有高精度的优点。接下来，介绍利用光波测量水平距离的基本原理。

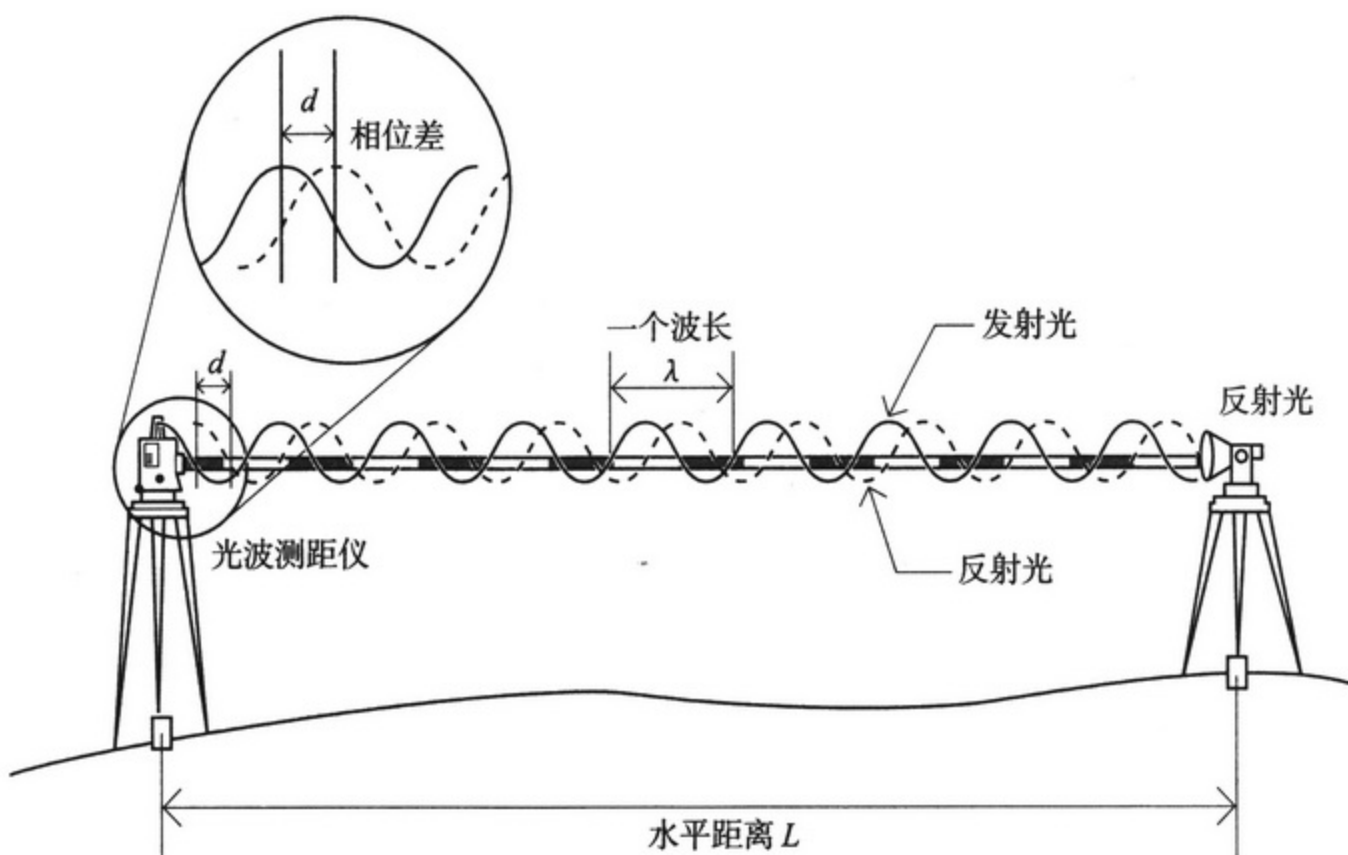


图2.7 光波测距仪

如图 2.7 所示，在所需测量的距离两端放置光波测距仪和反射镜。光波测距仪发射光到达反射镜后，被反射回来。光波具有一定的波长，在测量区间之间往返一次的反射光与发射光之间有一个光程差。这个光程差也叫做相位差，利用这个值，根据下面的式子可以计算出水平距离  $L$ 。

$$L = \frac{1}{2}(\lambda n + d)$$

$L$  : 水平距离 (m),  $\lambda$  : 波长,  $n$  : 波数,  $d$  : 相位差

## ■ 光波测距仪的检验与校正

光波测距仪在使用前, 需要确定仪器误差。光波测距仪的仪器误差是指, 仪器中心与测量基准点(点  $O$ ) 之间的差距, 这与卷尺的仪器误差是相同的。下面是求光波测距仪的仪器误差的步骤。

- ① 设置两个相距 500m 以上的点  $A$  和点  $B$ 。
- ② 在点  $A$  和点  $B$  的连线直线上做中点  $C$ 。
- ③ 测量点  $A$  到点  $B$  的距离为  $L_1$ , 点  $A$  到点  $C$  的距离为  $L_2$ , 点  $B$  到点  $C$  的距离为  $L_3$ 。
- ④ 按照下面的式子计算仪器误差。

$$C = L_1 - (L_2 + L_3)$$

这个仪器误差用于对测量的距离进行修正。

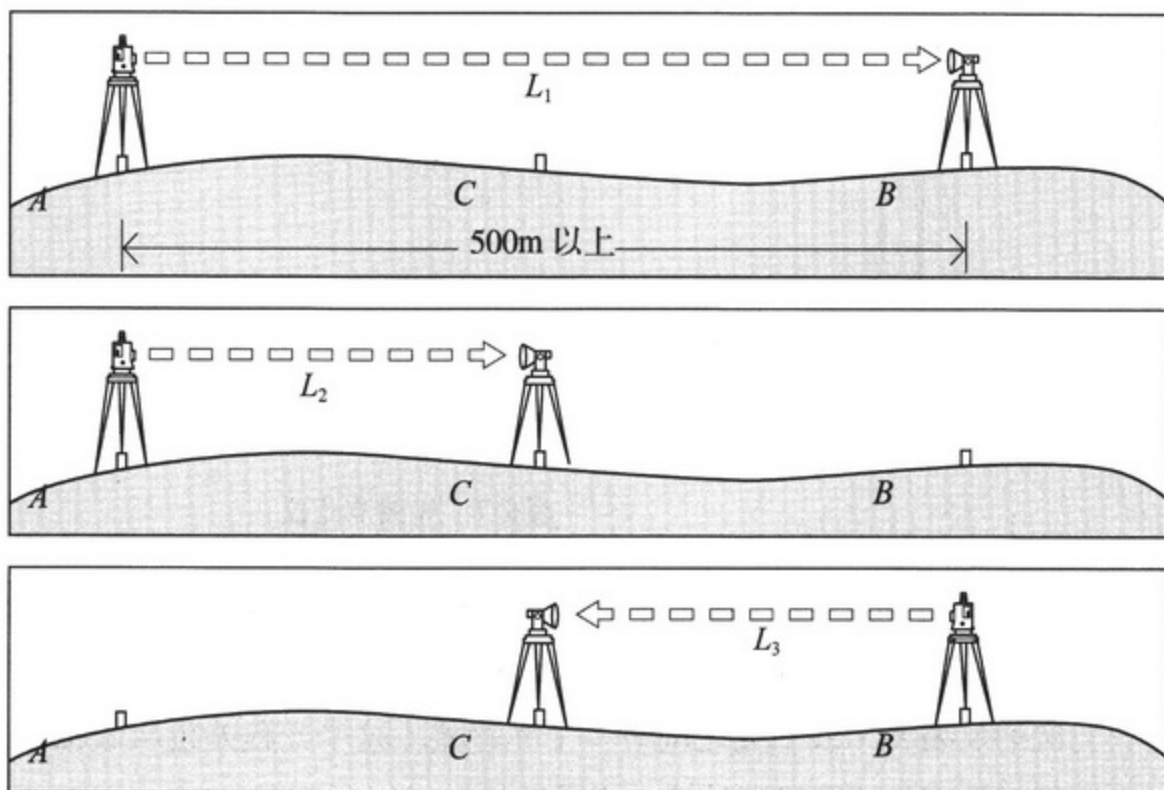


图2.8 光波测距仪的仪器误差的计算方法



## ■ 仪器自补偿

还有其他校正,如“反射镜补偿”和“气象补偿”,在光波测距仪中加入补偿器,在测量的过程中对测量结果进行自动补偿。

### (1) 反射镜补偿

根据使用的反射镜确定补偿器,将这个补偿器加入仪器中。

### (2) 气象补偿

光波的速度随着大气的温度、湿度、大气压力变化而变化。因此,将测量时的气象条件考虑到仪器设计中,进行气象补偿。具体的气象条件有温度、湿度、大气压力。



# 第3章

# 路径测量

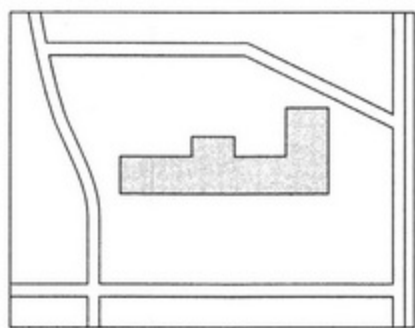
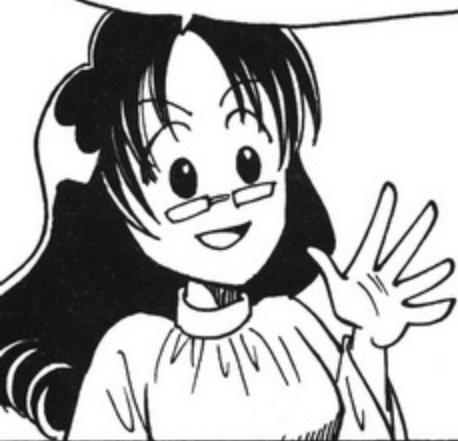


# 1. 路径测量的概念

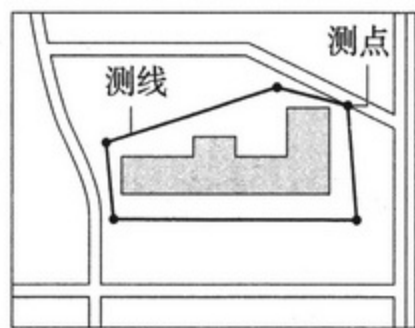


路径测量是指将需测量的区域进行分组，并划分出来。

测量测点的角度和点与点之间的距离。



待测区域



将待测区域划分出来

这些测点将在后面的精确测量中作为基准点，是很重要的。

布置测点是需要有规划的，

嗯？

耶~ 🎵

这个有那么重要吗？

这与画画的时候，先画个全局的框架，然后再画细节部分是同样的道理。

测量也是，在精确测量之前，需要将待测区域进行划分，设置基准点，然后再进行细节测量。

画出来！  
♡



## 路径测量的步骤

### 步骤 1：规划

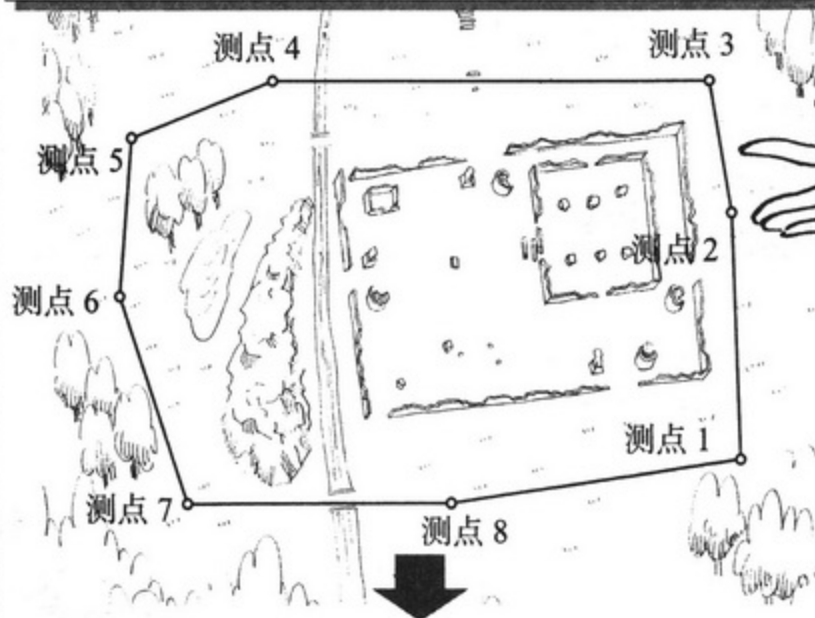
在确定实测点之前，需要在地图上规划出测点（框架点）的位置，还有测量区域的骨架。

### 步骤 2：勘察，选点

去实地现场勘察规划的点，确认是否适合作为测量点。根据需要重新选取测点，确定测点的位置。

### 步骤 3：打桩

确定测点后，在那个位置做好印记。步骤三的工作完成后可以得到如下的平面图。



### 步骤 4：实测工作（角度测量，距离测量）

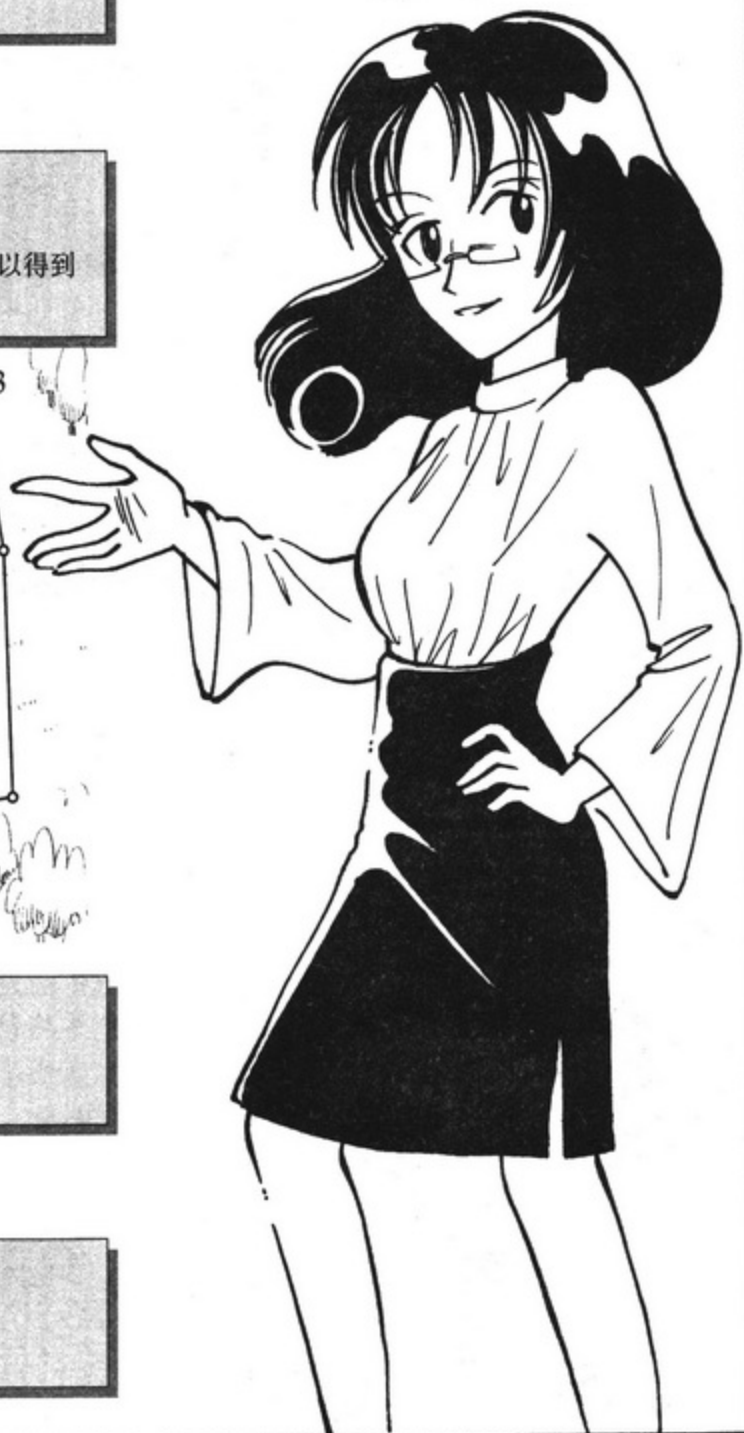
现在开始实测工作，测量骨架的边的角度和长度。

### 步骤 5：计算，作图

最后通过计算做出骨架区域的平面图。

路径测量的步骤繁多，很费时间。

首先，我们来看看路径测量的整体图吧。



重要的是在待测范围内确定所有的测点。

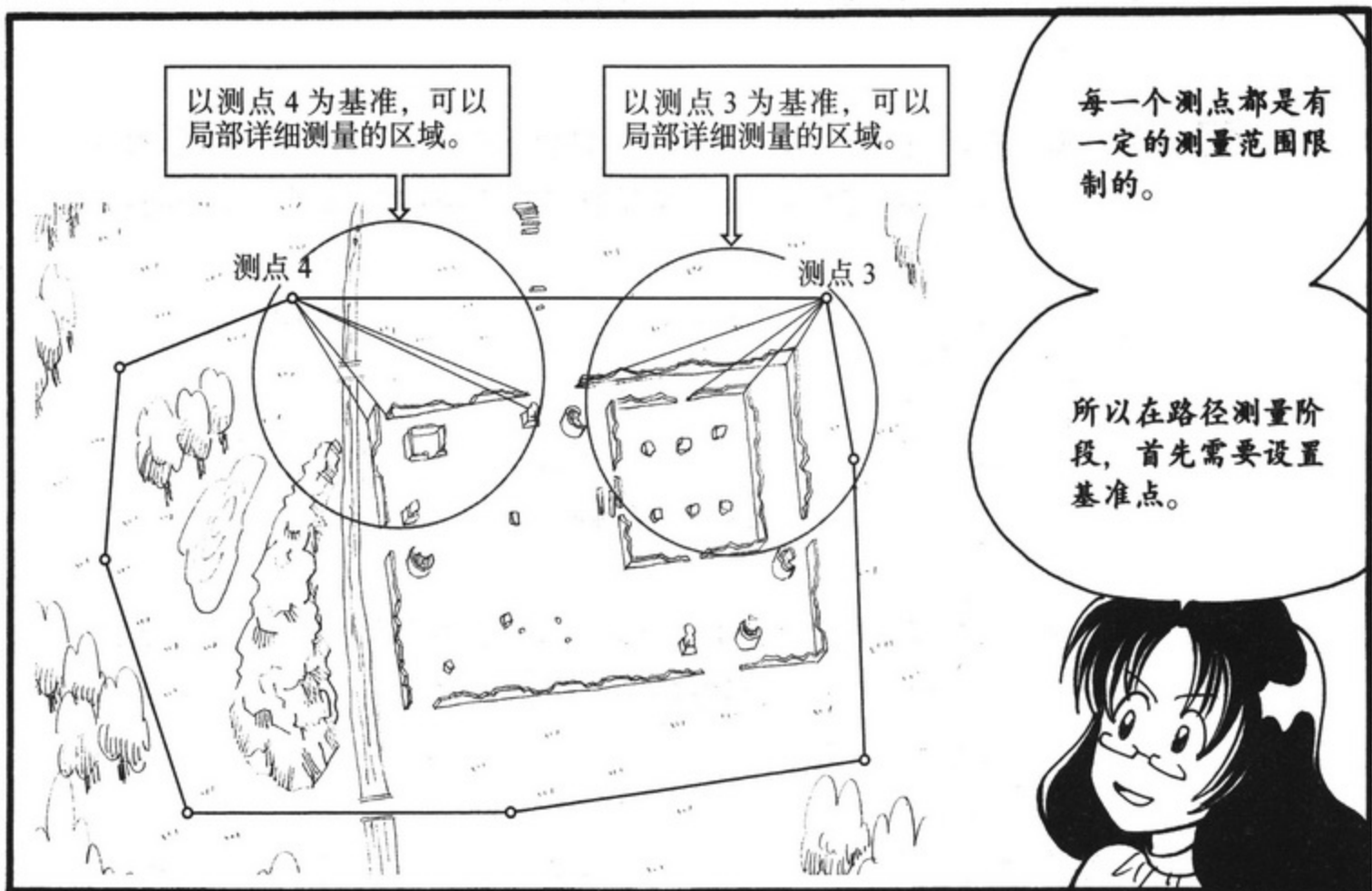


以测点4为基准，可以局部详细测量的区域。

以测点3为基准，可以局部详细测量的区域。

每一个测点都是有一定的测量范围限制的。

所以在路径测量阶段，首先需要设置基准点。



框架呈四周包围的形状呢！

这也是有限制的。

呵呵……

框架的形状根据设置的测点不同而有不同的形状。



## 路径测量的种类



老师：从起始点出发，最后回到起始点，这样形成的多边形路径，是闭合的，因此称为闭合路径。多边形可以根据其测点的数目计算内角和。也就是说，将自己测量得到的内角和，与计算求得的内角和相比，就能知道其误差大小了。



克拉拉：但是，如果有误差的话，不就回不到起始点了吗？



老师：将误差值除以测点的数目，将误差平均分布，为了回到起始点而对其进行修正。闭合路径通常用于小面积的私有土地的测量。

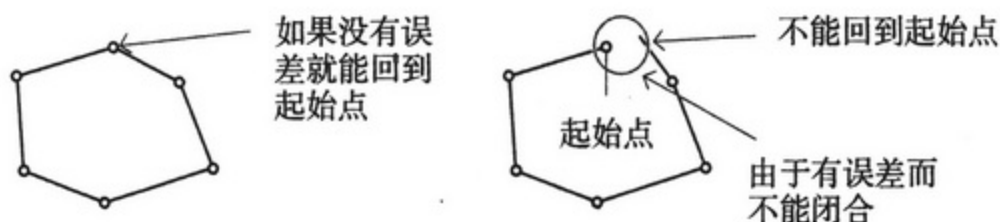


图3.1 闭合路径



老师：已知方位和坐标值的点称为已知点。用 $\Delta$ 表示已知点。组合路径是指，以某一已知点为起始点，经过几个新的路径点而到达另外一个已知点。

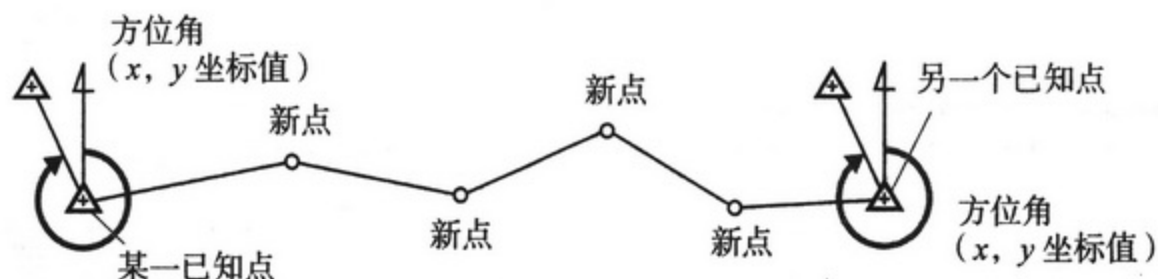


图3.2 组合路径



织香：组合路径用于范围较大的测量。由于测量范围大，测量误差一点一点的积累，而产生较大的误差，为了最终能到达目的地的已知点，需要将误差的值除以测点数目，将误差平均分配用于对误差的校正。





老师：组合路径由于采用两个已知点，因此在路径测量中精度最高。

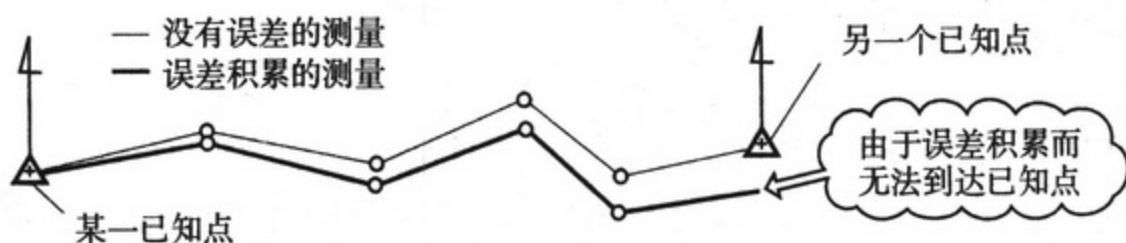


图3.3 组合路径的误差



织香：开放路径是指从某一已知点出发，在某一路径点结束，不能将已知点之间连接起来。作为终点的路径点不是已知点，存在误差但是没有办法检测。



伊扎克：有点不放心啊。无法测量误差，一般不大想采用这种路径方法。



织香：有时候不能对精度有过分的要求。可以通过减少测点的数目而减小误差。



织香：在画平面图的时候，有时候需要很详细的测量（平板测量），在闭合路径和组合路径测量范围之外的位置，如需要设置基准点，这时就需要采用开放路径了。

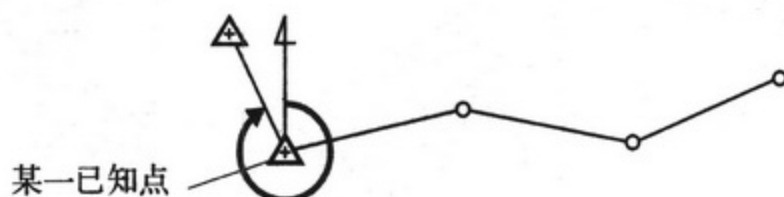


图3.4 开放路径



伊扎克：那么，采用什么方法进行建筑地的测量呢？



织香：闭合路径啊！这种方法能形成多边形，可以确认角度的误差，进行调整，所以通常采用这种方法。

## 2. 开始路径测量吧



为什么非得在这个地方建城堡啊！

呃！我？

克拉拉这个样子……肯定有什么秘密……

一副大姐姐的样子

对了！  
我想到一件好事情。

没有地图我们自己不是可以画吗……

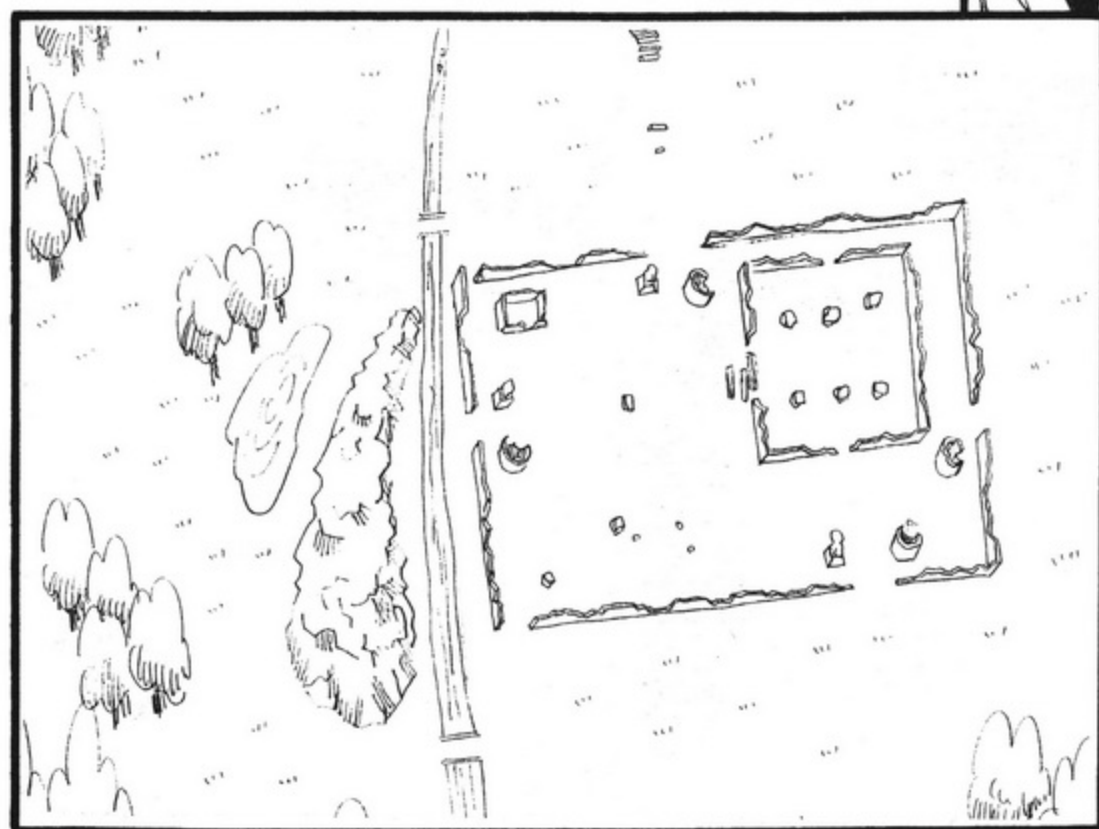
我们首先要在地图上查看待测区域，看在哪些位置设置测点。

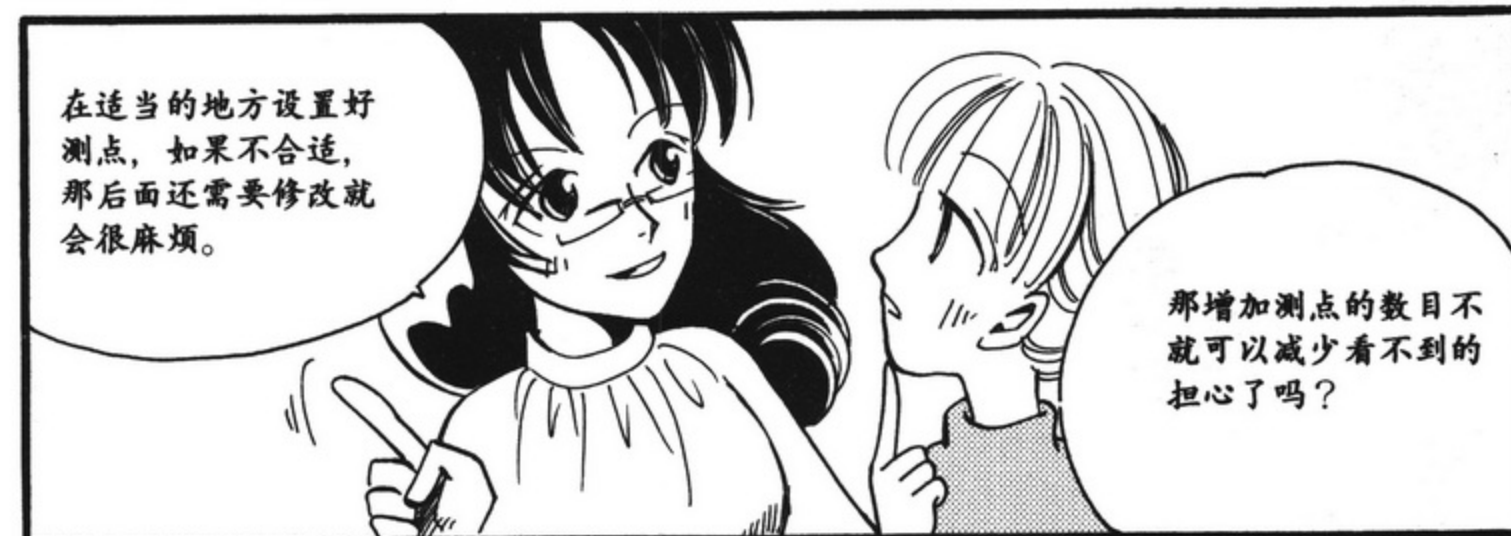
嗯，

不过，这一带荒无人烟，所以没有地图啊！

你在搞什么鬼啊，织香？

呵呵……





你还不是很懂~，  
如果增加测点数目，  
那么需要测量的角  
度数也增加了，误  
差也会增大。

为了减小误差，一般测点的数  
目都采用所需的最少值。

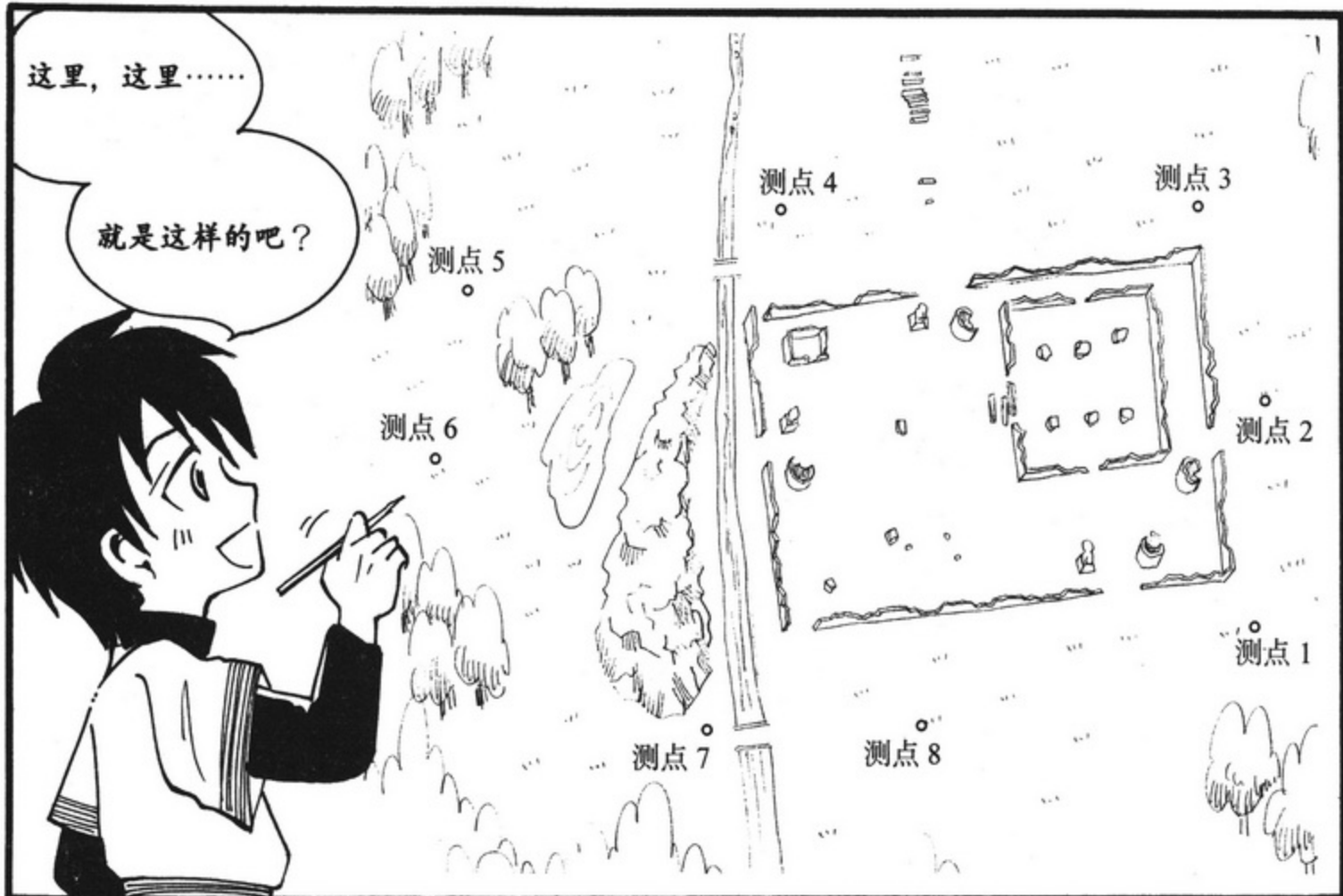


好了，  
在伊扎克的素描上，在视野良  
好的地方画上测点。

是！！

这里，这里……

就是这样的吧？



步骤2：勘察，选点

下面按照在素描上的规划，我们去测点调查一下。

呃？

要专门走去看啊？

如果不去实际考察的话，就不知道那儿的视野是否开阔了。

是这样啊……

好了！走了！

是！

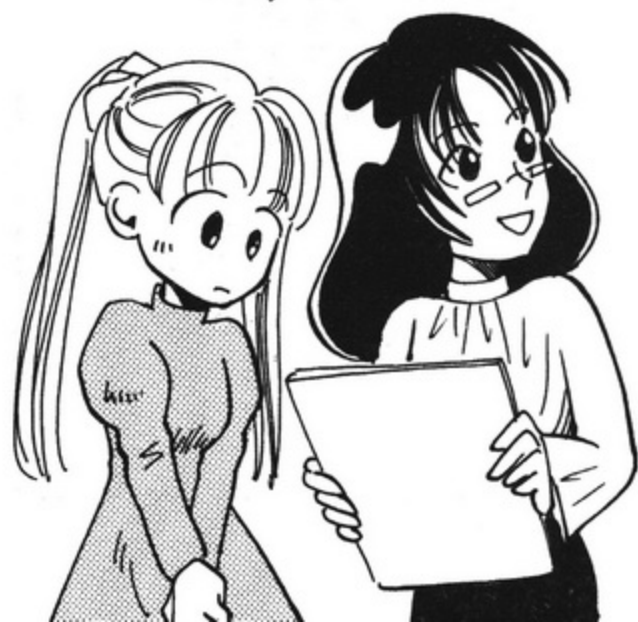
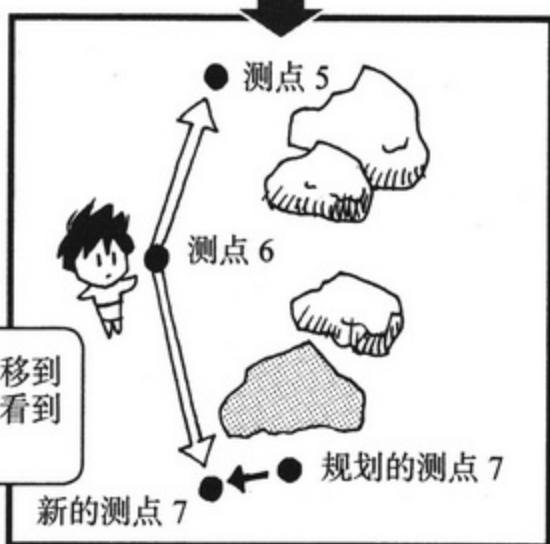
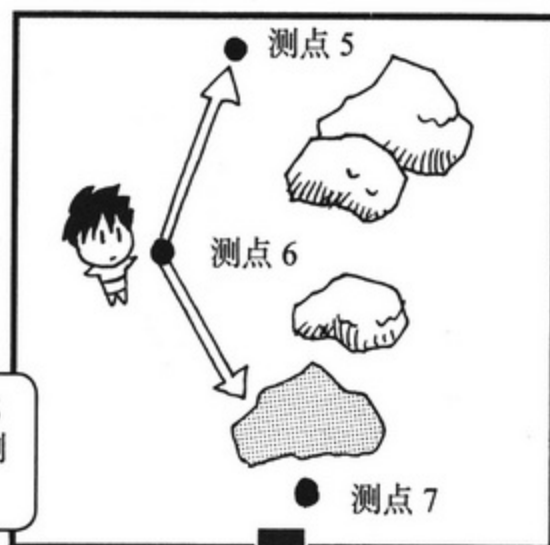
等等我啊！

呜呼呜呼呜呼

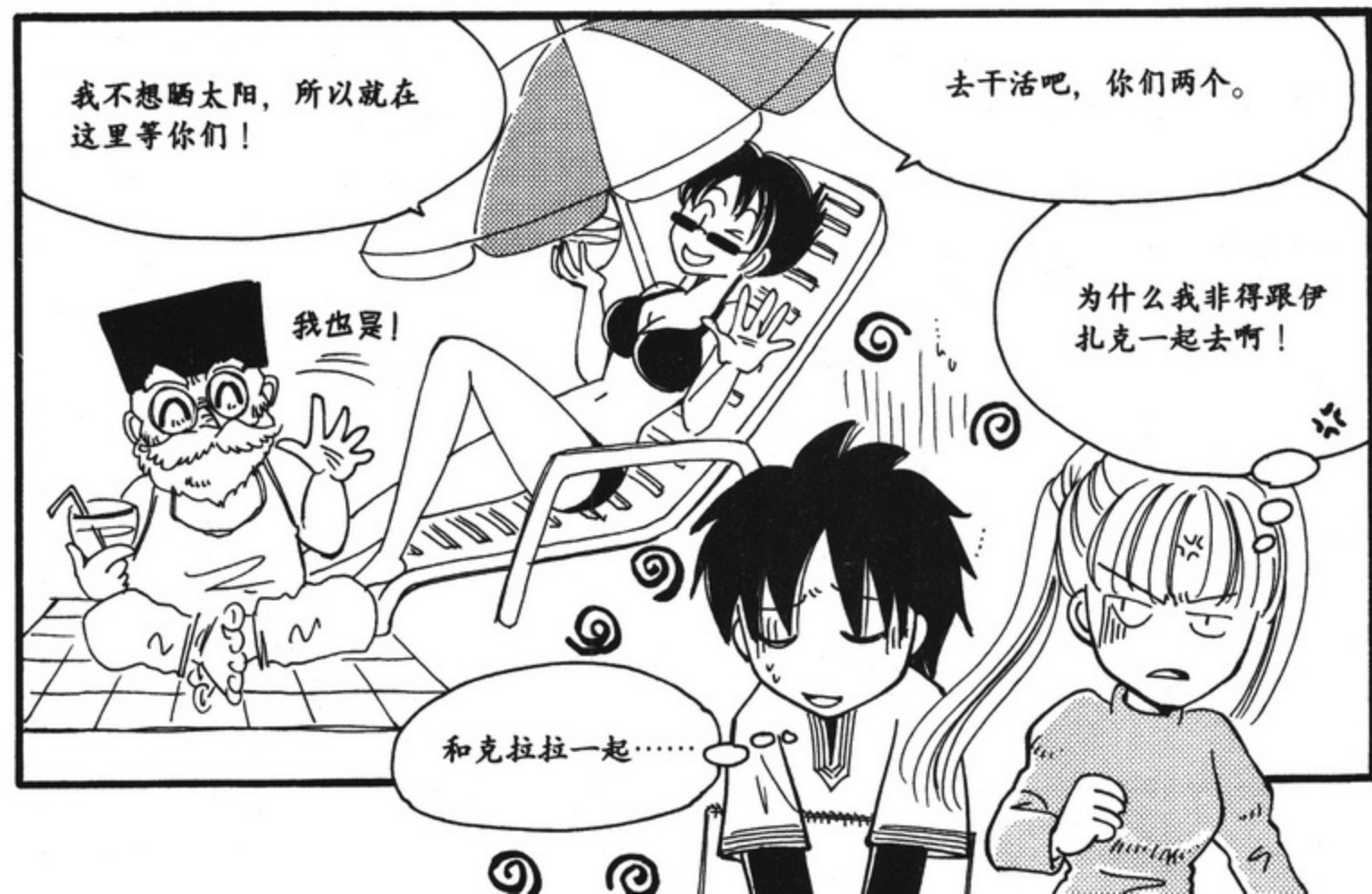


例如由于有岩石挡着测点6看不到测点7，

因此将测点7移到测点6能看到的









啪  
啪  
啪

终于只剩下一点点点了  
.....

呼~

.....嗯

安——静

只有我们俩，  
真是尴尬啊！

在这里看不到待测区域  
的全局图，有这块岩石  
挡着。

那我爬到那块岩石上  
面去确认一下吧！

你不行！  
我爬上去看看，你就在  
这里等着！

呃！

啪~

好厉害啊！



你不能动!

咚咚

痛吗?……

是这里吗?

嗯,是这里。

能动吗?

还好,没什么问题……

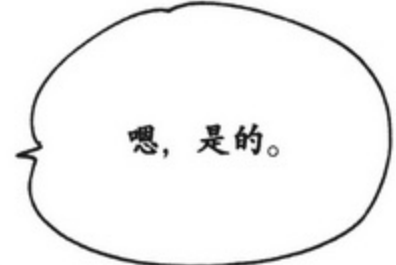
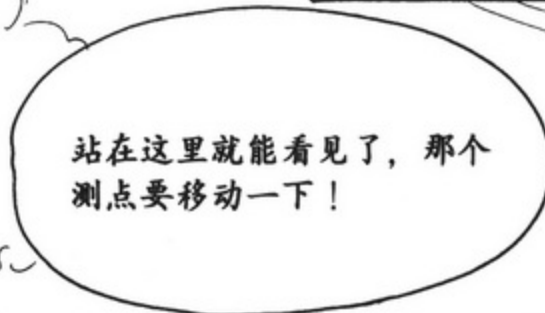
呼

我们回去吧。

……不……

我要继续……  
继续干活!

好!那我们走慢一点。



听我说……  
克拉拉

你之前说过在哥斯托兰德  
建城堡是没有意义的。

……  
嗯……

这是……  
只在王位继承者  
之间流传的秘密  
……

以前这里是希比尔族  
的王国。

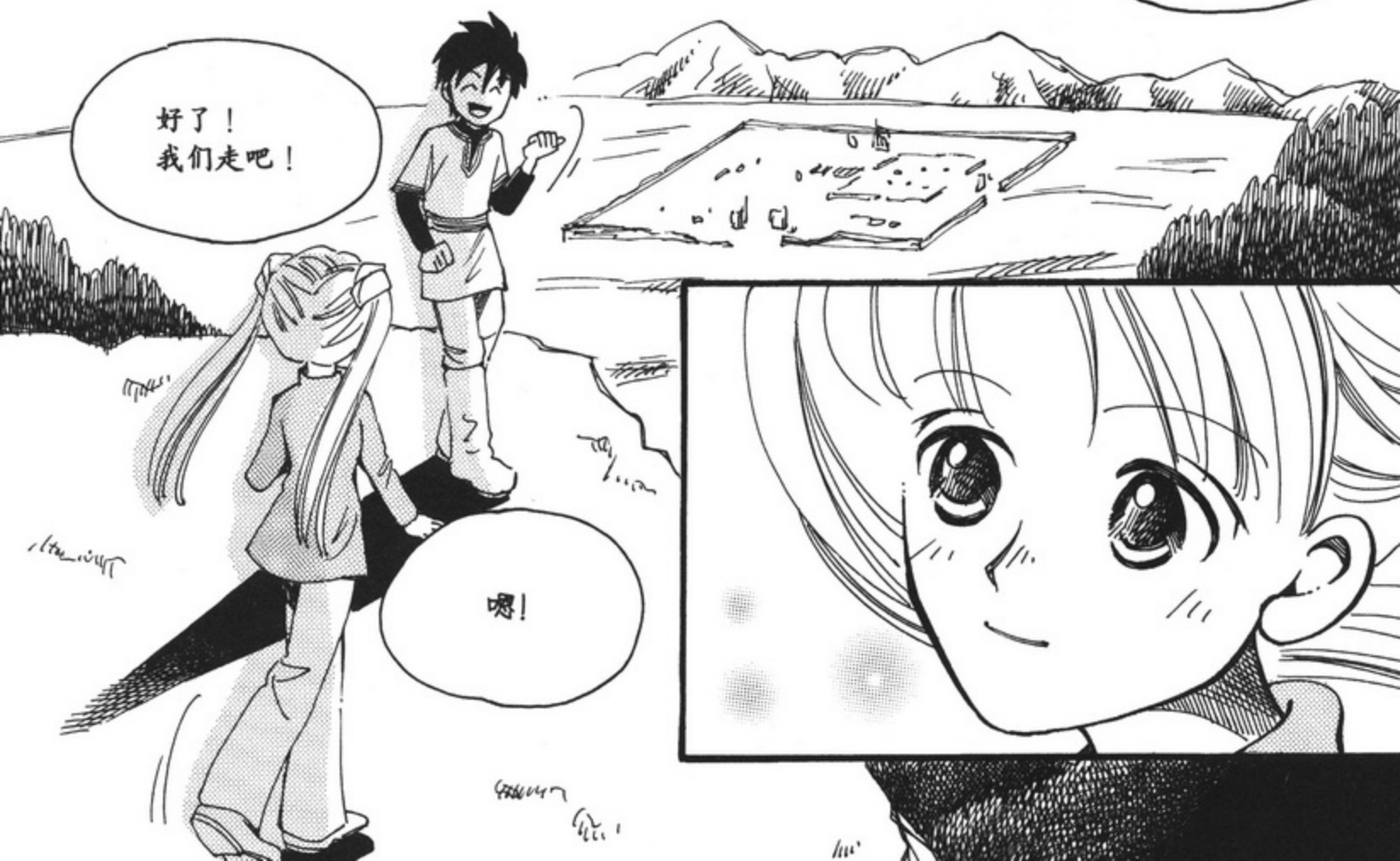
啊！

那个王国……

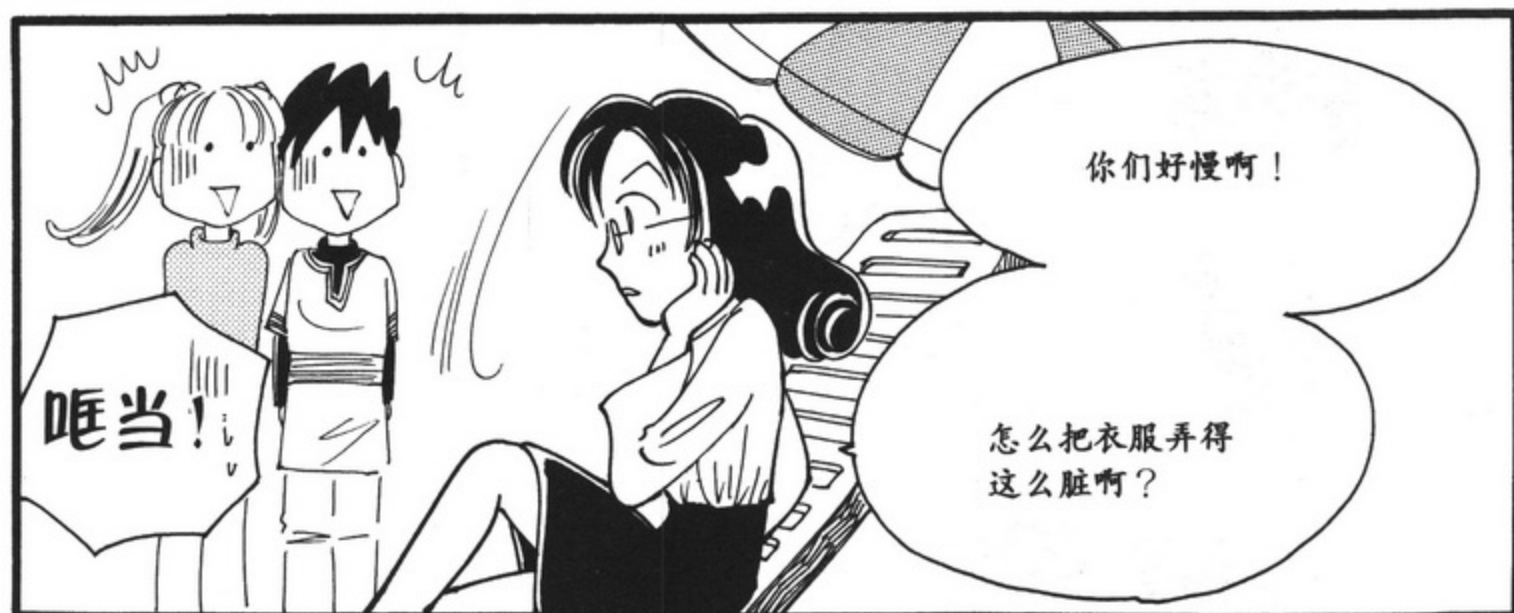
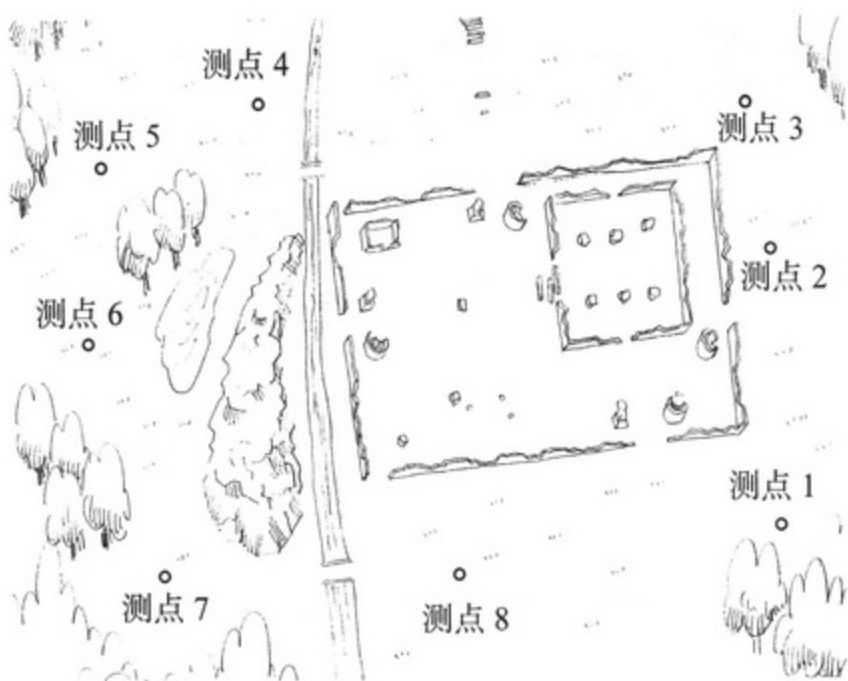
之前叫布雷伊布兰多。

重建这个王国是历代国王的  
愿望……

但是这个愿望一直没能实现。







步骤 3：打桩

接着，在确定了测点的位置打下木桩吧。

还好我把锤子和这些木杆都拿过来了。

好重啊！

我也是……



怎么感觉伊扎克变了，变得有男子汉气概了。

当  
当





## 角度的种类和单位



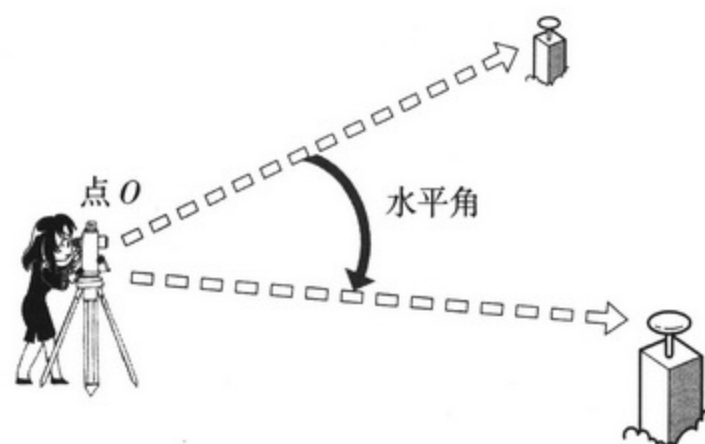
织香：好了，在角度测量之前，我们需要加深一下对角度的理解。位于水平面上的角称为水平角，这到底是怎样的角度呢？



克拉拉：水平角就是水平面上的夹角。



织香：水平角如图 3.5 所示，以点  $O$  为顶点，在水平面内的两条直线的夹角。切圆形的蛋糕的四分之一，这块蛋糕的水平角是  $90^\circ$ ，基本上，路径测量中的角度测量都是这种水平角。



圆形蛋糕的四分之一的水平角为  $90^\circ$

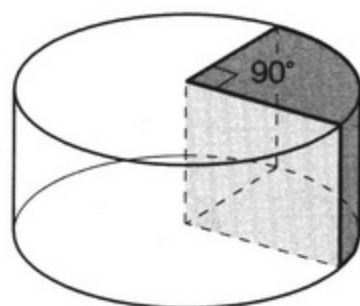


图3.5 水平角



织香：还有，铅垂角是表示以过点  $O$  的天顶为基准，某点的倾斜程度。



织香：首先测量铅垂角，如图 3.6 (a) 所示，在铅垂角小于  $90^\circ$  时，人的视线是仰视，视线与水平线之间的夹角称为仰角，而如图 3.6 (b) 所示，铅垂角大于  $90^\circ$  时，人的视线是俯视，视线与水平角之间的夹角称为俯角。

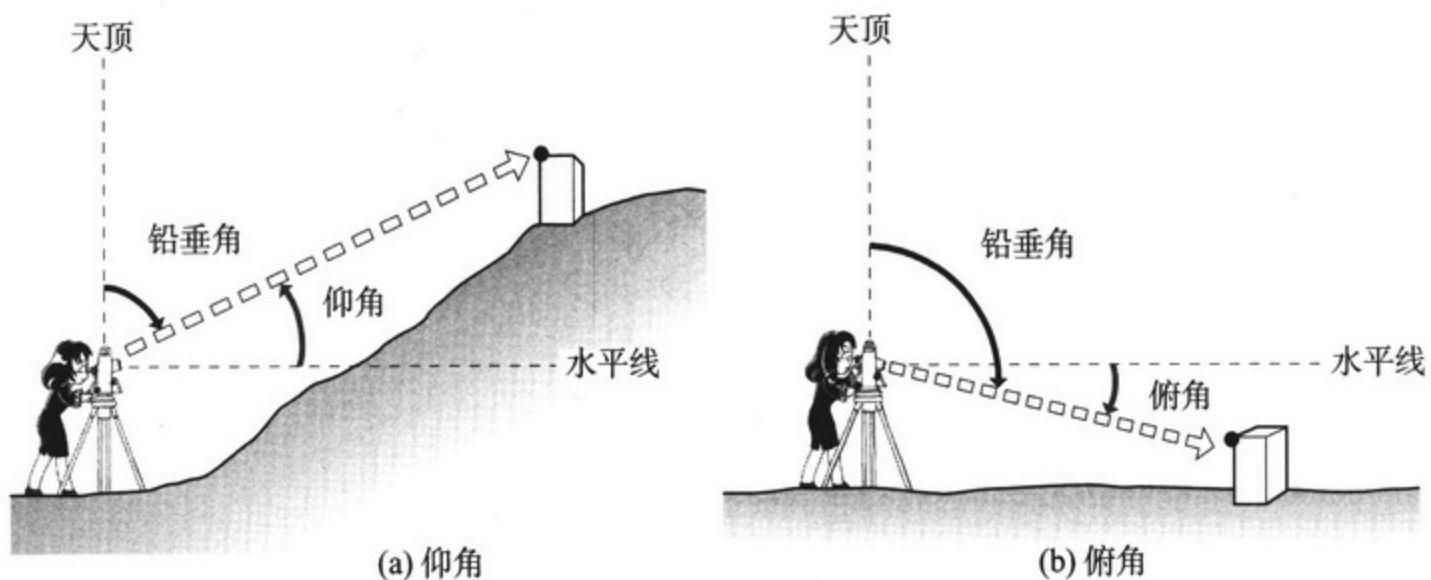


图3.6 铅垂角



织 香：如果知道了斜距离和仰角，就能求出水平距离了。

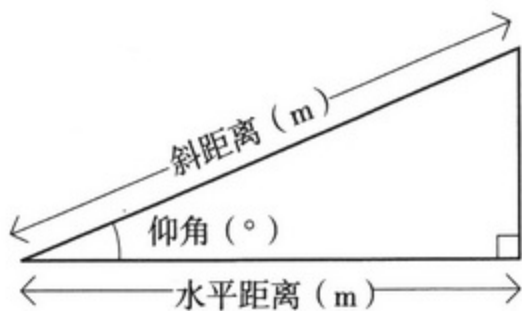


图3.7 水平距离与斜距离的关系



织 香：接下来讲角度的单位。角度的单位是什么呢？



伊扎克：当然是“度”( $^{\circ}$ )了。



织 香：在测量中不只有“度”( $^{\circ}$ )哦，还有“分”( $'$ )、“秒”( $''$ )哦。



伊扎克：还有分、秒？



织 香：在角度中，我们知道  $1^{\circ}$  是直角的 90 分之 1。60 分为  $1^{\circ}$ ，60 秒为 1 分。

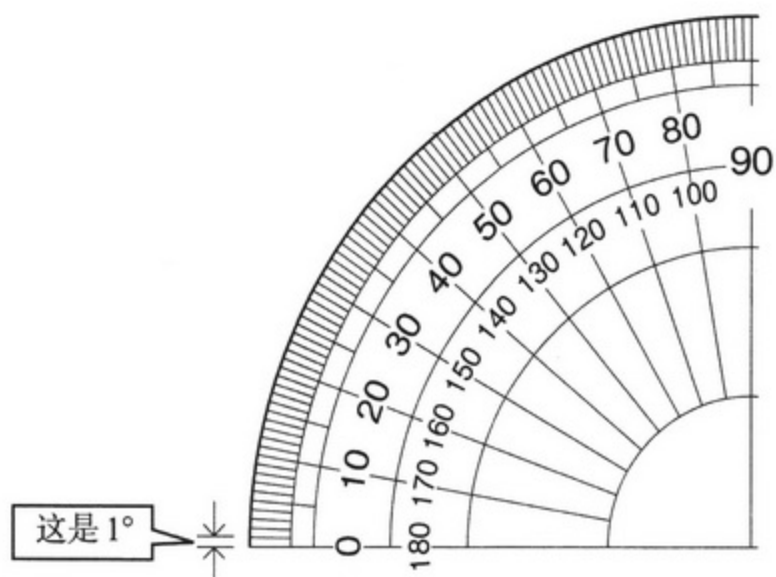


图3.8 1°的大小



伊扎克：啊，这么小啊！



织 香：在测量中，一些小的误差会累积后形成大误差，因此，根据精度要求，需要仔细测量每一分每一秒。

## 经纬仪的设置

接下来的步骤是实测。

在实测中需要用到三脚架、经纬仪、钢卷尺。

那么，现在开始水平角的测量，用这个经纬仪来测量角度。

测量仪是用来测量水平角和铅垂角的仪器。

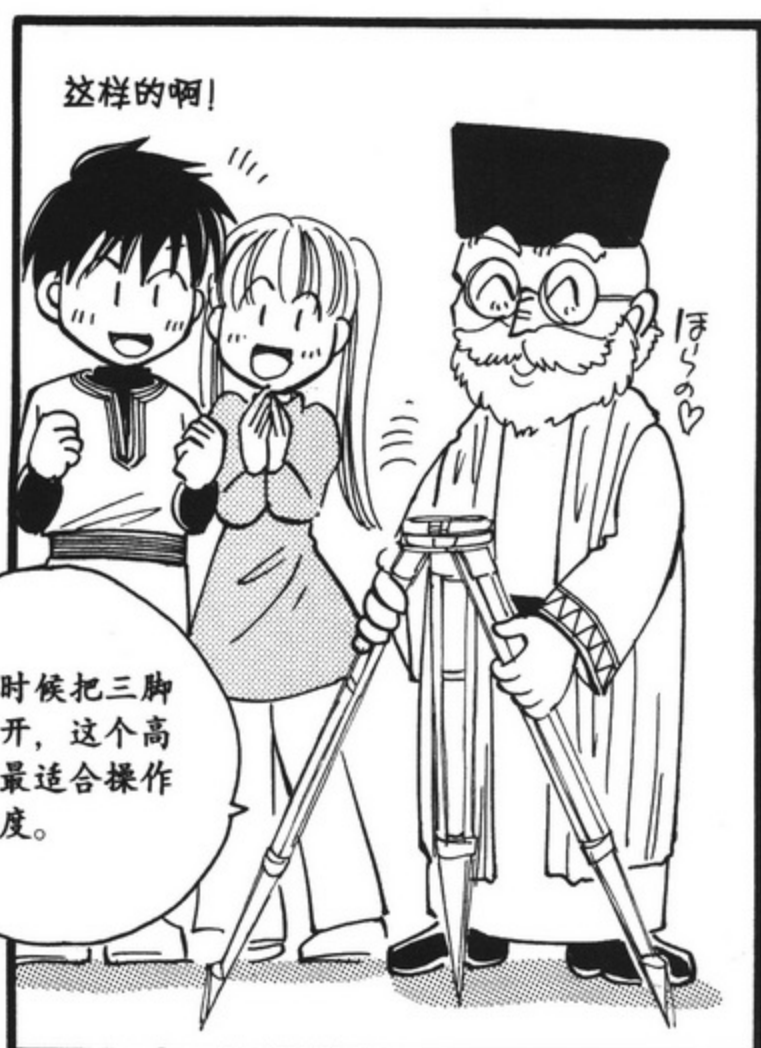
在设置经纬仪时，注意这三点：高度，调平，对中。

### 注意点 1：高度

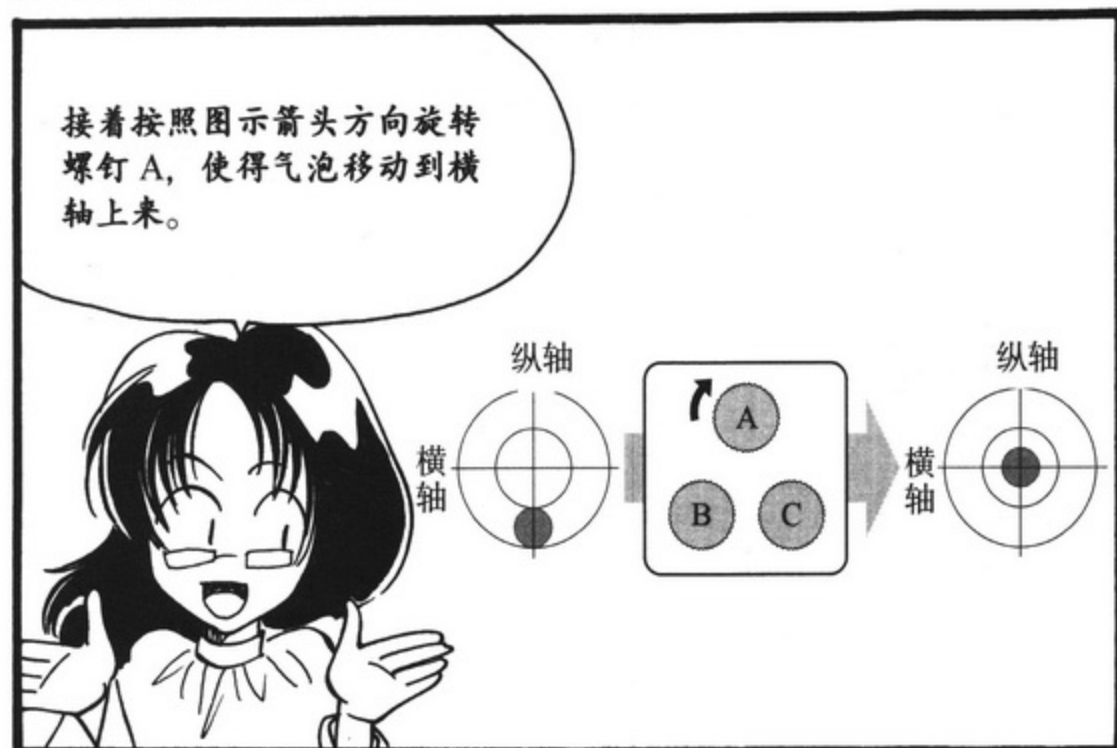
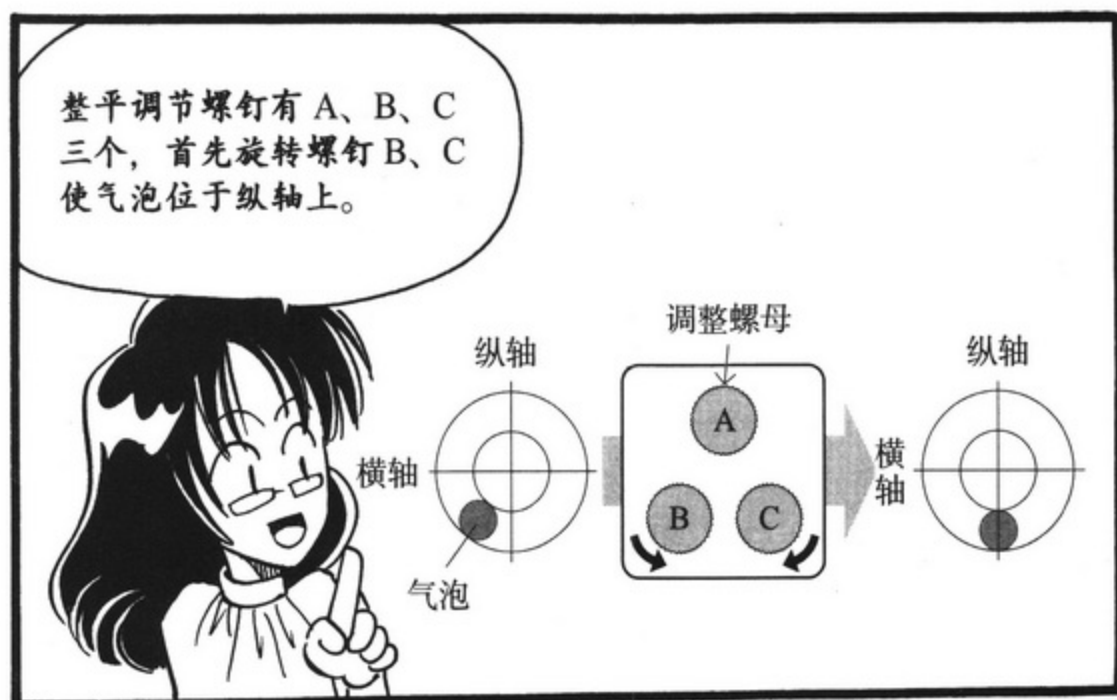
第一个注意点是高度的调节。

设置经纬仪的时候，过高和过低都不行，

调整三角架的高度，调节到适合于作业的高度。







### 注意点 3：对中

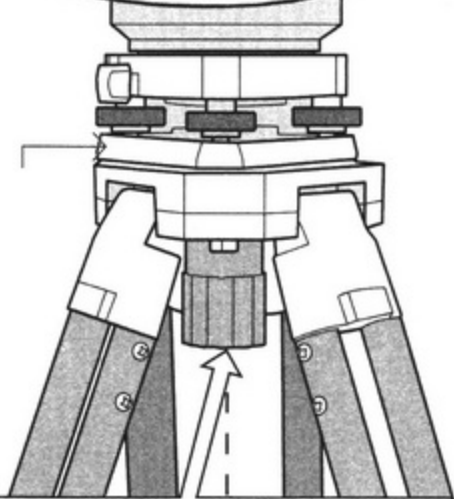


最后的注意点是使经纬仪的中心与测点在同一条铅垂直线上，这叫做对中。

用眼睛看是不行的，在整平台上有“光学对中装置”。



用这个装置使经纬仪的中心与测点处于同一条铅垂线上。

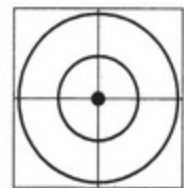


这里是能竖直观察的机构。

使用光学对中装置的时候，三脚架下面挂着铅垂。



从这个光学对中装置的目镜观察铅垂，经纬仪的中心与铅垂之间如果有错位，就需要调整使它们重合。

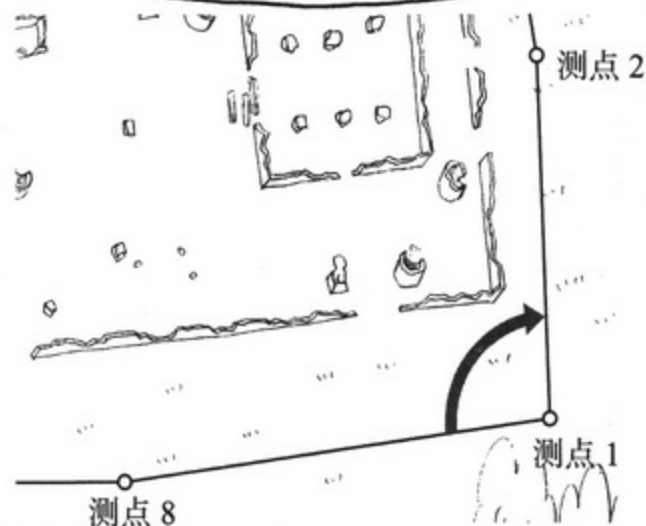


光学对中装置的目镜，用目镜观察能观察到位于经纬仪下方的测点。

注：经纬仪的对中作业时，首先使铅垂对准测点，然后用光学对中装置观察，调整使得经纬仪的中心与测点对位。

## 测量方法

首先，以测点1为原点，测量8与测点2之间的角度。



伊扎克你把这个脚架竖立在测点2，克拉拉你把这个脚架竖立在测点8。

是。

接下来，用经纬仪测量角度，克拉拉，把结果填到这个表里面。

是。

放好了。

首先，设定测点8的视角为  $00^{\circ} 00' 00''$ 。

测点8

嘭

水平角设为  
 $00^{\circ} 00' 00''$

将经纬仪向右旋转，对准测点2，测量它相对于测点8的角度。

测点8

测点2

哐

读数为  $97^{\circ} 17' 15''$ 。

测点1

$97^{\circ} 17' 15''$

刚才是第一个测点的角度。

测点	视准点	望远镜	观测角	实测角
1	8	正	$00^{\circ} 00' 00''$	
	2	正	$97^{\circ} 17' 15''$	

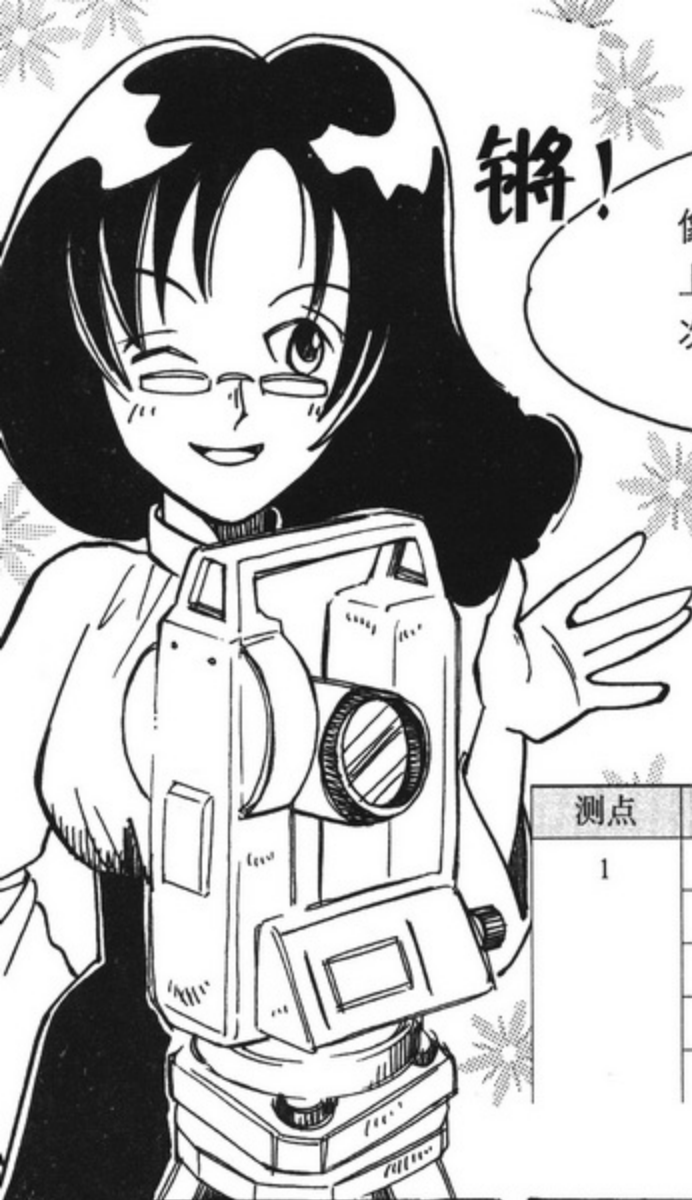
接着继续测量。

刚才是正方向的测量。

哐

哇，

还可以旋转啊！



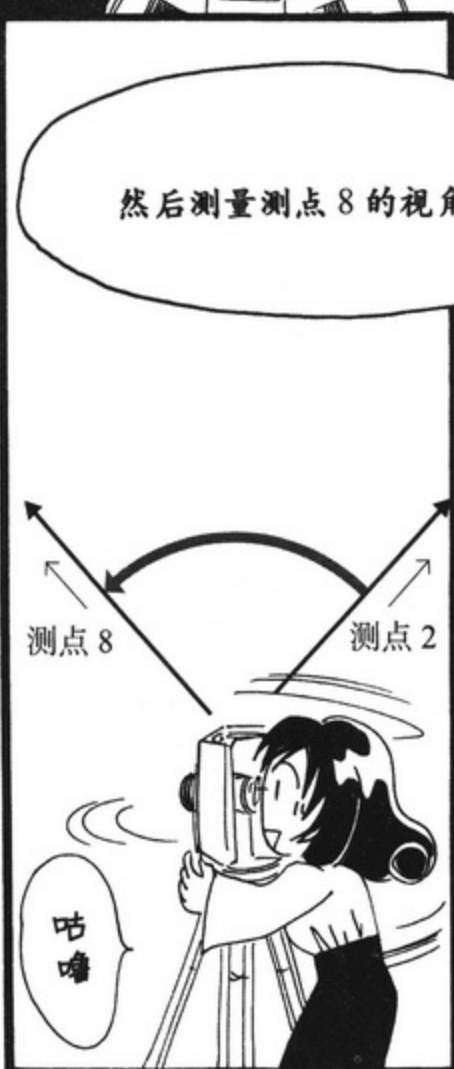
锵!

像这样，将经纬仪上的望远镜在垂直方向上反转 180°，水平方向上旋转 180°，再次测量测点 2 相对于测点 8 的视角。

这时的角度就是正方向的观测角加上 180°，也就成了 277° 17' 15"。

测点	视准点	望远镜	观测角	实测角	平均值
1	8	正	00°00' 00"		
	2	正	97°17' 15"		
			+180°		
	2	反	277°17' 15"		
	8	反			

由于在水平方向上旋转了 180°，因此为 +180°。



然后测量测点 8 的视角。



角度读数是 180° 00' 10"，

这是反方向的测量。

啊啊

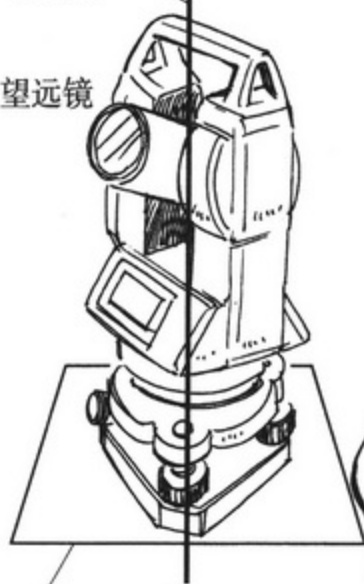
测点	视准点	望远镜	观测角
1	8	正	00°00' 00"
	2	正	97°17' 15"
	2	反	277°17' 15"
	8	反	180°00' 10"

为什么要测量两次呢？



望远镜的支架

望远镜



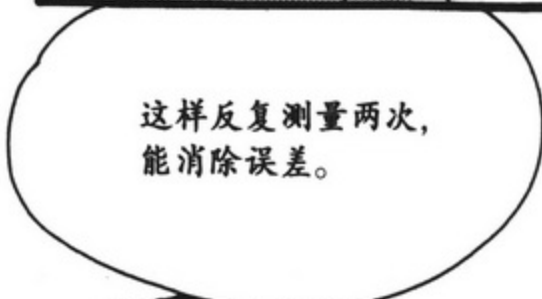
望远镜的旋转平面(水平面)

经纬仪虽然也是精密仪器，

但是望远镜在旋转的时候，可能会产生与竖直方向有微小角度倾斜的误差。



这样反复测量两次，能消除误差。



① 旋转轴朝水平面倾斜

② 如果有倾斜的话，那么测量的角度与理论值有误差。

③ 旋转轴的倾斜程度不变，但是方向相反。

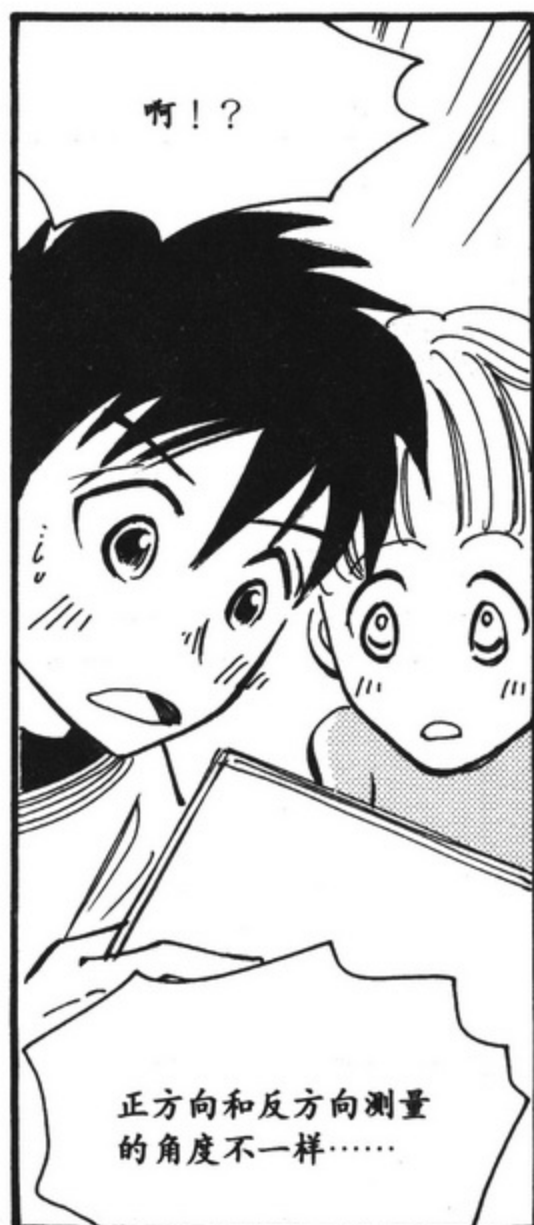
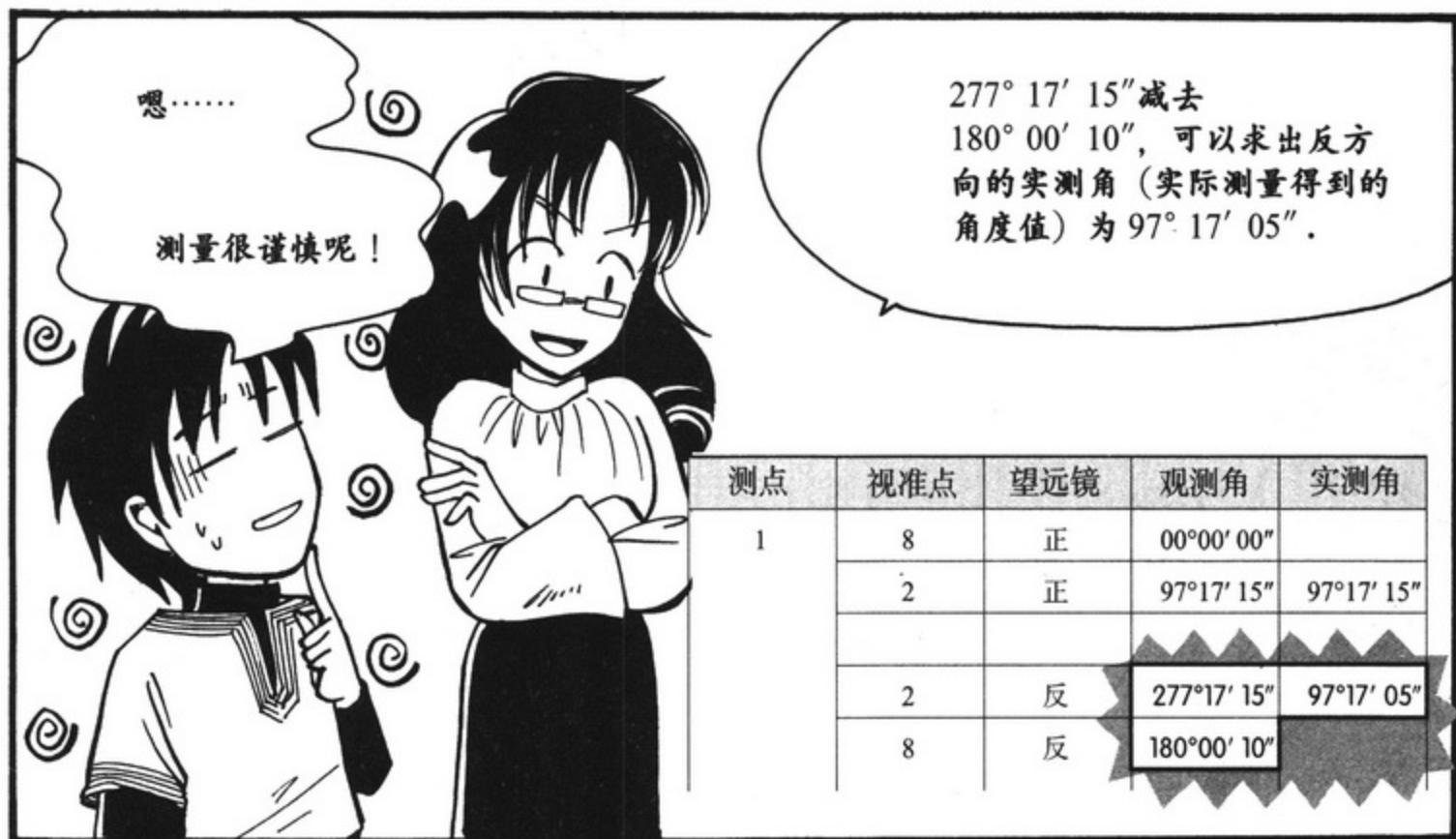
④ 如果有倾斜那么测量的角度与理论值有误差。

⑤ ②的误差与④的误差大小相等，符号相反，相互抵消。

而且，由于分度器的刻度也有误差，

因此旋转  $180^\circ$  后再次测量可以消除这种刻度误差。





呃，平均值是  
97° 17' 10"？

对！  
这就是第一个测点  
的角度！

测点	视准点	望远镜	观测角	实测角	平均
1	8	正	00°00' 00"		
	2	正	97°17' 15"	97°17' 15"	
2	2	反	277°17' 15"	97°17' 05"	
	8	反	180°00' 10"		97° 17' 10"

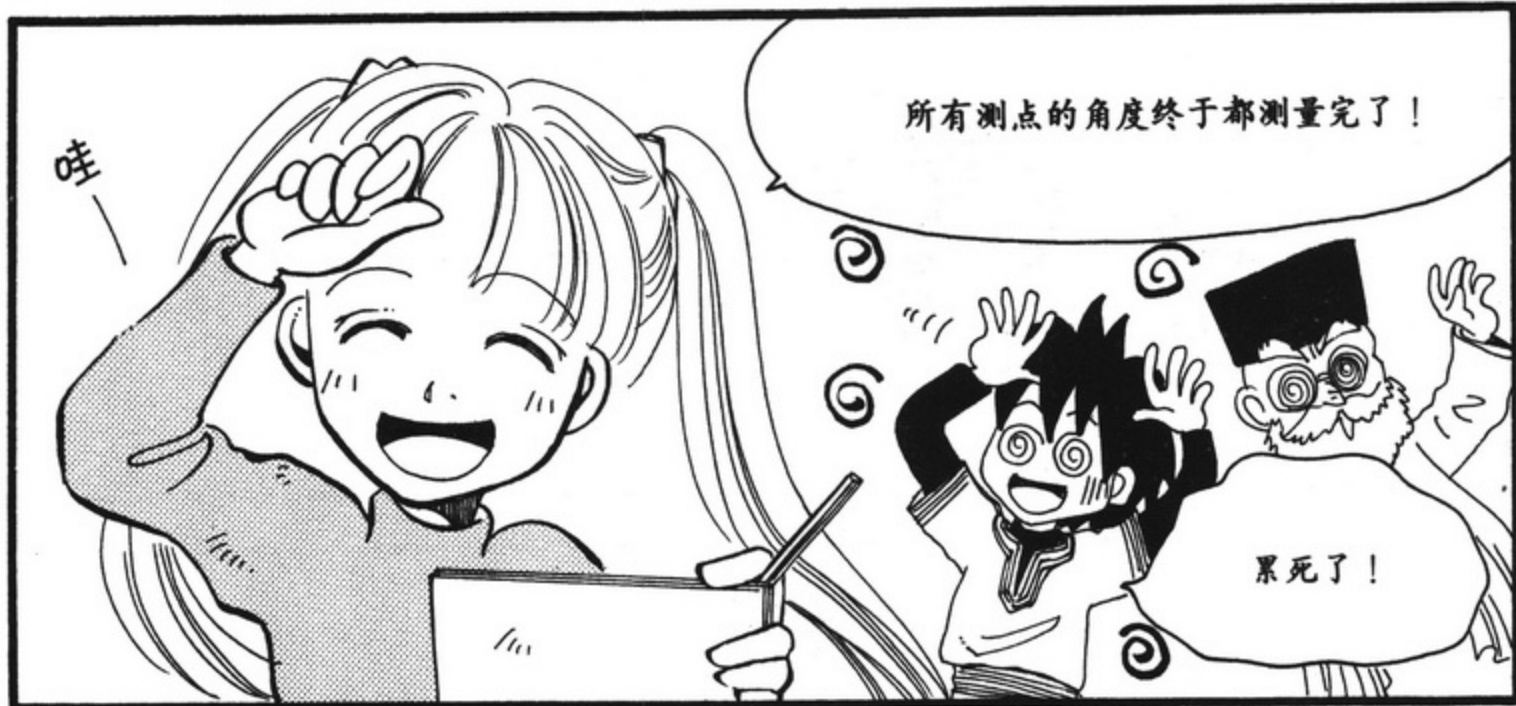
将两次测量的角度相加，然后除以 2 取平均值

$$\frac{(97^{\circ} 17' 15'' + 97^{\circ} 17' 05'')}{2} = 97^{\circ} 17' 10''$$

遵命！

用同样的方法去测量  
其他测点的角度吧！





测点	视准点	望远镜	观测角	实测角	平均	测点	视准点	望远镜	观测角	实测角	平均
1	8	正	00° 00' 00"			5	4	正	00° 00' 00"		
	2	正	97° 17' 15"	97° 17' 15"			6	正	115° 22' 15"	115° 22' 15"	
	2	反	277° 17' 15"	97° 17' 05"			6	反	295° 22' 15"	115° 22' 05"	
	8	反	180° 00' 10"		97° 17' 10"		4	反	180° 00' 10"		115° 22' 10"
2	1	正	00° 00' 00"			6	5	正	00° 00' 00"		
	3	正	172° 11' 50"	172° 11' 50"			7	正	158° 42' 55"	158° 42' 55"	
	3	反	352° 11' 45"	172° 11' 40"			7	反	338° 42' 40"	158° 42' 25"	
	1	反	180° 00' 05"		172° 11' 45"		5	反	180° 00' 15"		158° 42' 40"
3	2	正	00° 00' 00"			7	6	正	00° 00' 00"		
	4	正	99° 42' 25"	99° 42' 25"			8	正	108° 02' 35"	108° 02' 35"	
	4	反	279° 42' 25"	99° 42' 15"			8	反	288° 02' 35"	108° 02' 30"	
	2	反	180° 00' 10"		99° 42' 20"		6	反	180° 00' 05"		108° 02' 33"
4	3	正	00° 00' 00"			8	7	正	00° 00' 00"		
	5	正	157° 18' 55"	157° 18' 55"			1	正	171° 22' 55"	171° 22' 55"	
	5	反	337° 18' 40"	157° 18' 40"			1	反	351° 22' 55"	171° 22' 45"	
	3	反	180° 00' 00"		157° 18' 48"		7	反	180° 00' 10"		171° 22' 50"



注：关于方位角的测量请参照 P128。



……加油吧！

伊扎克。



嗯……

一起加油！  
克拉拉。

### 步骤 4.2：实测，距离测量

※注：实测的作业中，无论是用光波测量距离，还是用卷尺测量距离，都可以在测量角度的同时测量距离。



计划成功实施！

什么？

呵呵，  
没什么。

到这里就可  
以了。吧？

OK



# 织香的 误差校正教室

## ■ 实测角的误差校正

### 步骤 5：计算，作图



织 香：今天的工作是基于昨天测量的角度和距离，画出平面图。不过在这之前，需要对昨天测量的角度进行误差校正。



伊扎克：那么谨慎的测量了，还会有误差啊！



织 香：不管怎么谨慎的测量，都是会有误差的。因此，有必要进行误差校正。

在路径测量中确定了 8 个测点。将相邻测点连接起来而形成了一个八边形。克拉拉，八边形的内角和是多少？

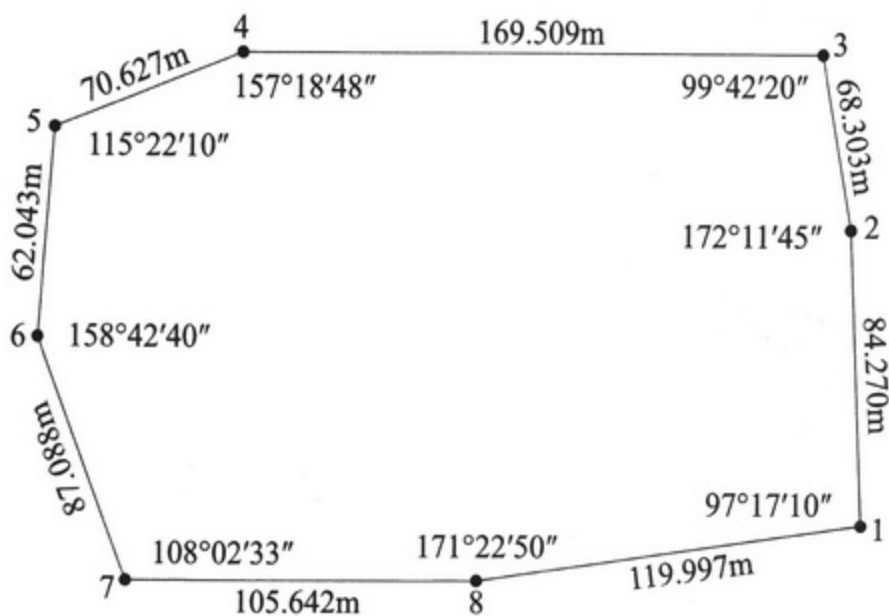


图3.9 闭合路径测量的实测角和距离



克拉拉： $n$  边形的内角和的公式： $n$  边形的内角和  $= 180 (n-2) \dots\dots$

$$180 (8-2) = 1080^{\circ} 00' 00''$$



织香：对。八边形的内角和是  $1080^{\circ} 00' 00''$ 。如果昨天测量的角度都没有误差的话，那么就应该与这个值相等。伊扎克，把昨天的结果加起来。



伊扎克：呃，和是  $1080^{\circ} 00' 16''$ 。有微小的误差。



织香：这个  $16''$  就是误差。将这个  $16''$  平均分配到八个角度上，这样  $16 \div 8 = 2$ ，将各个测点的角度减去  $2''$  而得到校正后的角度！

表3.1 校正后的角度

测 点	校正前的角度	校正后的角度
1	$97^{\circ} 17' 10'' \rightarrow -2''$	$97^{\circ} 17' 08''$
2	$172^{\circ} 11' 45'' \rightarrow -2''$	$172^{\circ} 11' 43''$
3	$99^{\circ} 42' 20'' \rightarrow -2''$	$99^{\circ} 42' 18''$
4	$157^{\circ} 18' 48'' \rightarrow -2''$	$157^{\circ} 18' 46''$
5	$115^{\circ} 22' 10'' \rightarrow -2''$	$115^{\circ} 22' 08''$
6	$158^{\circ} 42' 40'' \rightarrow -2''$	$158^{\circ} 42' 38''$
7	$108^{\circ} 02' 33'' \rightarrow -2''$	$108^{\circ} 02' 31''$
8	$171^{\circ} 22' 50'' \rightarrow -2''$	$171^{\circ} 22' 48''$
合 计	$1080^{\circ} 00' 16''$	$1080^{\circ} 00' 00''$

## 方位角的测量和计算



伊扎克：完成校正后，就可以完成路径图了吧。



老师：还不行。



伊扎克：不是校正完了吗？



老师：单靠内角和距离是画不出正确的平面图的。现在内角与距离是独立开来的，也就是说，某一个内角与其他内角之间没有关联。还记得之前说过的“位置是用东西、南北两个坐标轴的  $x$ 、 $y$  坐标值来表示的”吗？路径测量也是如此。需要将角度表示成相对同一个基准的值。



克拉拉：那么，要怎么做呢？



老师：将角度换算到以北为基准的角度。以方向北为  $0^\circ$ ，以某一个测点为原点，按照顺时针方向旋转到原点与下一个测点的连线的角度为方位角。

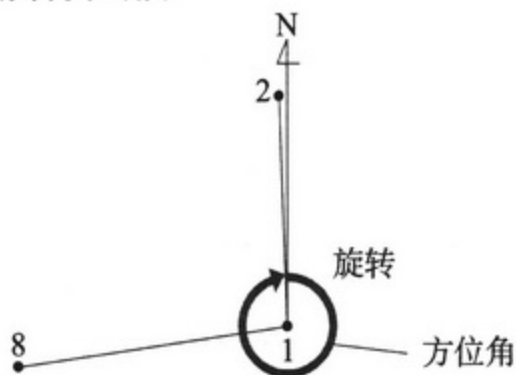


图3.10 方位角的概念



织香：将所有的角度都表示成以同一个基准的值，就能将路径点表示在坐标平面上了。



老师：实际来操作一下就知道了。以测点 1 为原点，来测量测点 1 与测点 2 之间的连线的方位角。



老师：首先，在测点 1 放置经纬仪。

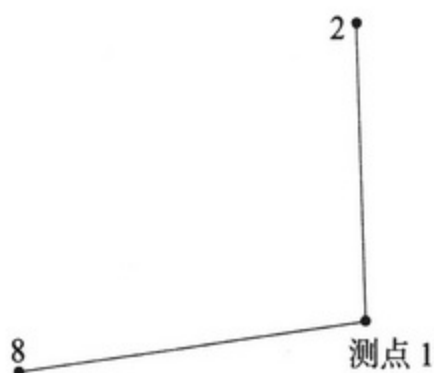


图3.11 测量方位角的步骤①



老师：这时，如图 3.12 所示将磁铁装在经纬仪上。磁铁由于磁场效应而能指向北方，圆的中央有两根指针，当指针位于中央时，它总是指向北方的。

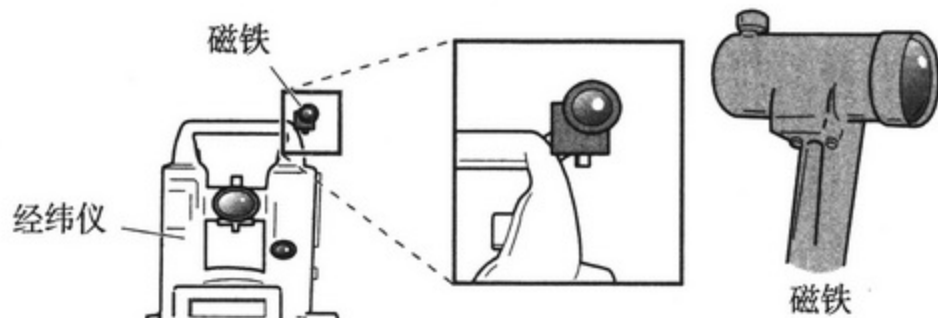


图3.12 测量方位角的步骤②



老师：让磁铁的指针能自由转动（将固定指针的螺钉拧松），经纬仪将向北旋转。这时磁铁的指针指向北，经纬仪的角度设置为  $0^\circ$ 。

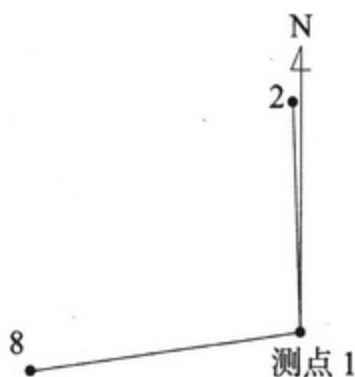


图3.13 测量方位角的步骤③



老师：最后将经纬仪按顺时针的方向旋转，转到指向测点2。这时表示的角度是测点1与测点2的连线以北为基准的角度——也就是方位角（方位角的测量不需要像内角一样测两次）。

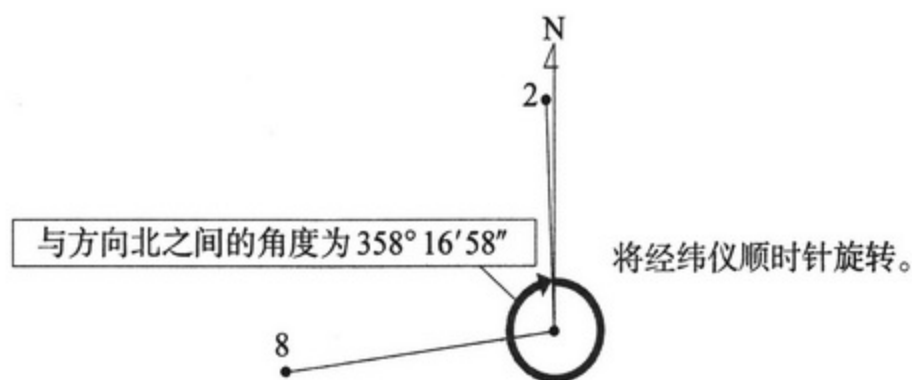


图3.14 方位角的测量步骤4



老师：测点1与测点2之间的连线与方向北之间的夹角为  $358^{\circ} 16' 58''$ ，在这个值的基础上，能计算出其他所有测点的方位角。



织香：由于测点1的方位角是  $358^{\circ} 16' 58''$ ，根据测线的方位角  $+180^{\circ} +$  测点2校正后的观测角，能求出测点2的方位角。

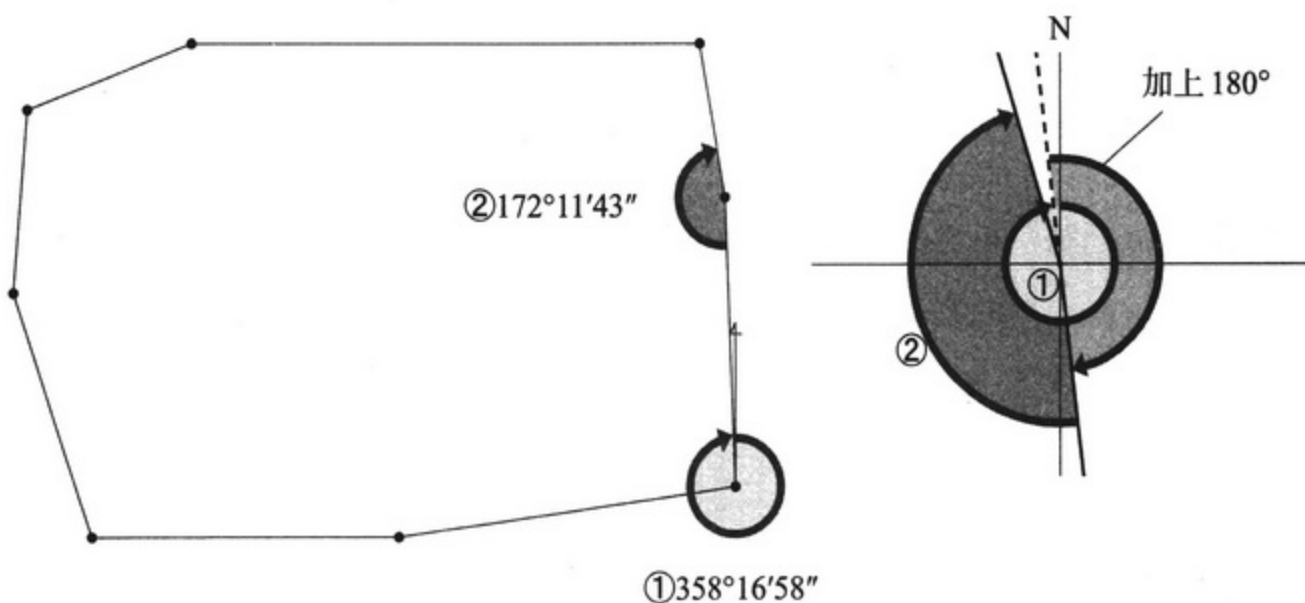


图3.15 测量方位角的步骤5



伊扎克： $(358^{\circ} 16' 58'') + 180^{\circ} + (172^{\circ} 11' 43'') = 710^{\circ} 28' 41''$ 。



$$\begin{array}{r}
 358^{\circ} 16' 58'' \\
 + 180^{\circ} \\
 + 172^{\circ} 11' 43'' \\
 \hline
 710^{\circ} 28' 41''
 \end{array}$$



织香：计算结果如果大于  $360^{\circ}$ ，就要减去  $360^{\circ}$ 。

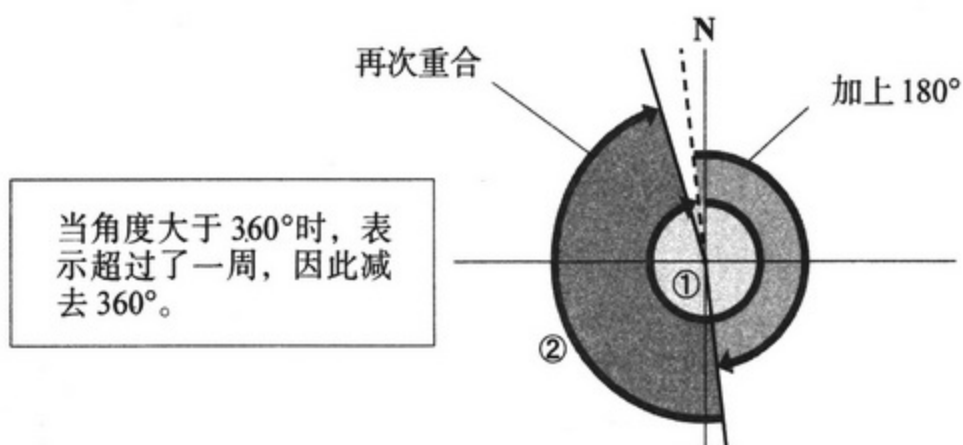


图3.16 方位角测量的步骤6



伊扎克：这就是说……

$$710^{\circ} 28' 41'' - 360^{\circ} = 350^{\circ} 28' 41''。$$

$$\begin{array}{r}
 710^{\circ} 28' 41'' \\
 - 360^{\circ} \\
 \hline
 350^{\circ} 28' 41''
 \end{array}$$



老师：对！按照同样的方法，按顺序计算所有的方位角。



伊扎克：不过，我担心这样的计算会存在误差……



老师：例如，最后一个测点 8 的方位角计算出来为  $80^{\circ} 59' 50''$ 。将这个方位角加上  $180^{\circ}$ ，再加上测点 1 的内角  $97^{\circ} 17' 08''$ 。如果没有计算误差，测点 1 的方位角就应该与测量结果相同。



伊扎克：老师，是  $358^{\circ} 16' 58''$ ，与测量值相同！



老师：如果不一样的话就说明计算有错误了！



老师：如图 3.17 所示，对于不同的测点，方位角是以同一个基准将它们联系出来。



伊扎克：用相同的基准表示完了，这样就可以在同一坐标平面内表示出来了。

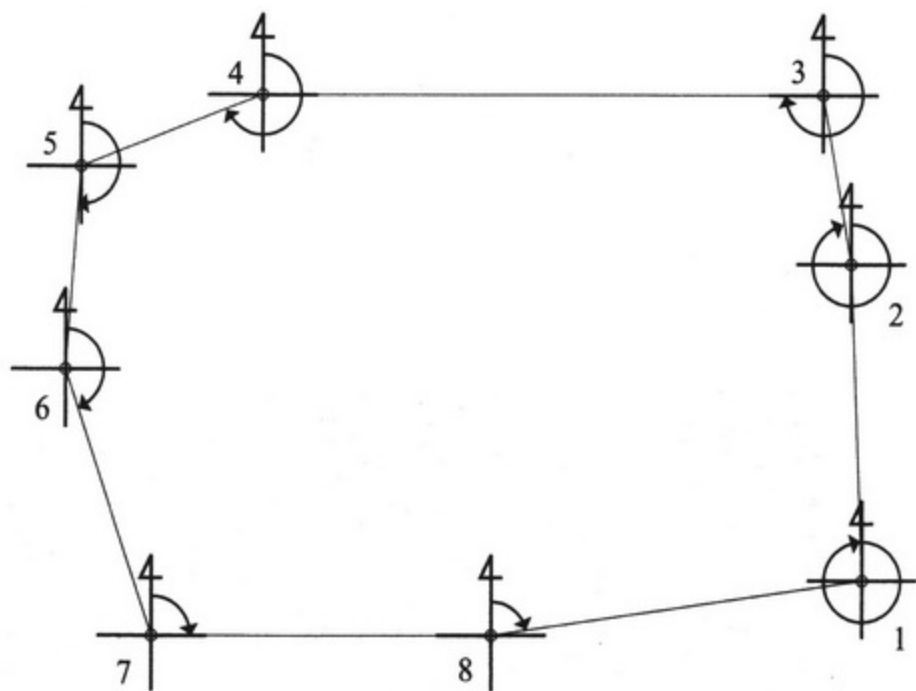


图3.17 测量方位角的步骤7



织香：接下来，在计算  $x$ 、 $y$  的坐标值之前，根据方位角来确定方位。



伊扎克：方位？



织 香：方位角是指以北向为基准从  $0^\circ$  到  $360^\circ$  之间的值。现在改成是以南北方向的直线为基准，从  $0^\circ$  到  $90^\circ$  之间的值。



老 师：将  $360^\circ$  范围的值表示到  $90^\circ$  范围的值，范围缩小到四分之一。



织 香：方位角是以北向为  $0^\circ$ ，顺时针旋转的角度值。南北方向轴将  $360^\circ$  分成四份（ $0\sim 90^\circ$  为第一象限， $90^\circ\sim 180^\circ$  为第二象限， $180^\circ\sim 270^\circ$  为第三象限， $270^\circ\sim 360^\circ$  为第四象限），用方位来表示。例如，方位角为  $32^\circ 10' 33''$ ，属于东北方向的角，即用  $N32^\circ 10' 33'' E$  表示。



织 香：同样，方位角  $161^\circ 36' 11''$  由于小于  $180^\circ$ ，属于第二象限，是东南方向的角，用  $180^\circ - \text{方位角}$  ( $161^\circ 36' 11''$ )，表示成  $S18^\circ 23' 49'' E$ 。

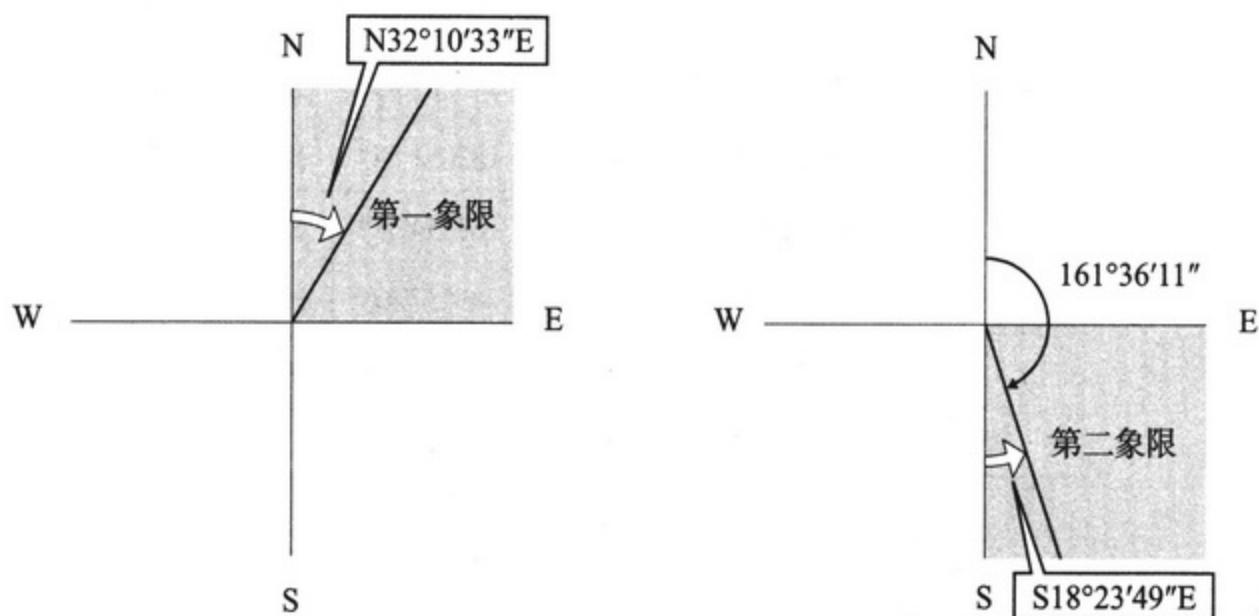


图3.18 第一象限与第二象限



织 香：测点与测点之间的连线可以称为测线，来看看昨天测量的测线 1-2。如图 3.19 所示，方位角为  $358^\circ 16' 58''$ ，在第四象限。因此， $360^\circ - 358^\circ 16' 58'' = 1^\circ 43' 02''$ ，也就是说测线 1-2 的方位角位于西北方向，表示成  $N1^\circ 43' 02'' W$ 。

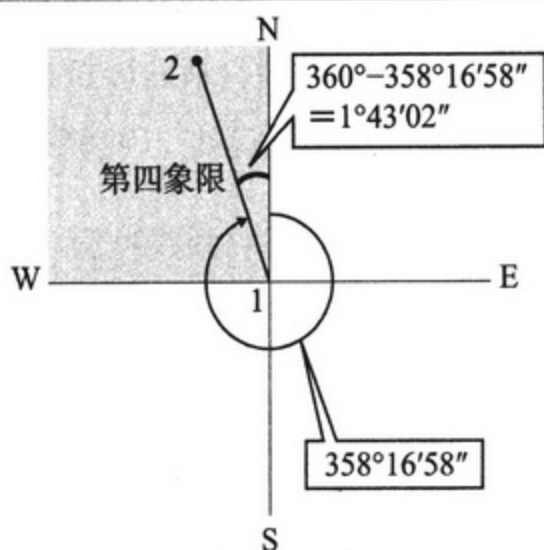


图3.19 方位角

表3.2 方位角与方位

测点	内角	测线	方位角	方位		
1	97°17'08"	1-2	358°16'58"	N	1°43'02"	W
2	172°11'43"	2-3	350°28'41"	N	9°31'19"	W
3	99°42'18"	3-4	270°10'59"	N	89°49'01"	W
4	157°18'46"	4-5	247°29'45"	S	67°29'45"	W
5	115°22'08"	5-6	182°51'53"	S	2°51'53"	W
6	158°42'38"	6-7	161°34'31"	S	18°25'29"	E
7	108°02'31"	7-8	89°37'02"	N	89°37'02"	E
8	171°22'48"	8-1	80°59'50"	N	80°59'50"	E
合计	1080°00'00"	1-2	358°16'58"			

## 纬距、经距的计算



织香：好了，终于可以画坐标图了。测量的坐标图是以  $x$  轴为纵坐标， $y$  轴为横坐标。纵轴 N-S ( $x$  轴) 称为纬距，横轴 E-W ( $y$  轴) 为经距。纵坐标以 N 向为 +、S 向为 -，横坐标以 E 向为 +，W 向为 -。以测点 1 为原点，已知方位与距离，就能求出待测点的坐标值。这就是纬距、经距的计算。

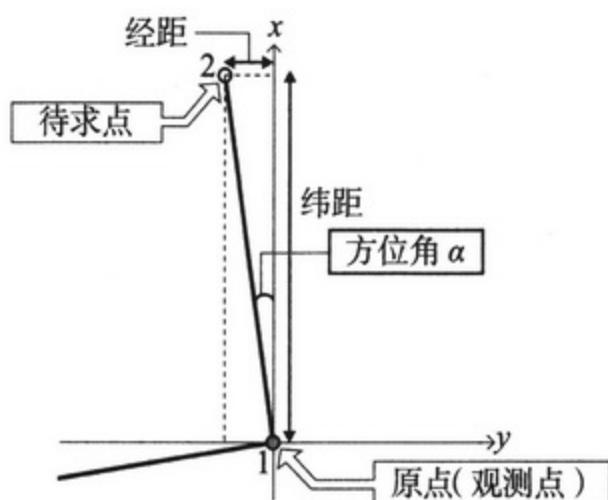


图3.20 以测点1为原点的测点2的纬距和经距



织香：以测点1为原点，计算测线1-2的纬距和经距。纬距表示垂直长度  $L$ ，经距表示水平长度  $D$ ，测线的长度用  $l$  表示，测线与南北向的轴的夹角用  $\theta$  表示，则  $L$  和  $D$  可以用下面的公式计算。

$$\text{纬距 } L = l \times \cos\theta$$

$$\text{经距 } D = l \times \sin\theta$$

将测线1-2的距离（84.270m）和方位（ $N1^{\circ}43'02''W$ ）代入这个公式得到：

$$\text{纬距 } L = 84.270 \times \cos 1^{\circ}43'02''$$

$$\text{经距 } D = 84.270 \times \sin 1^{\circ}43'02''$$

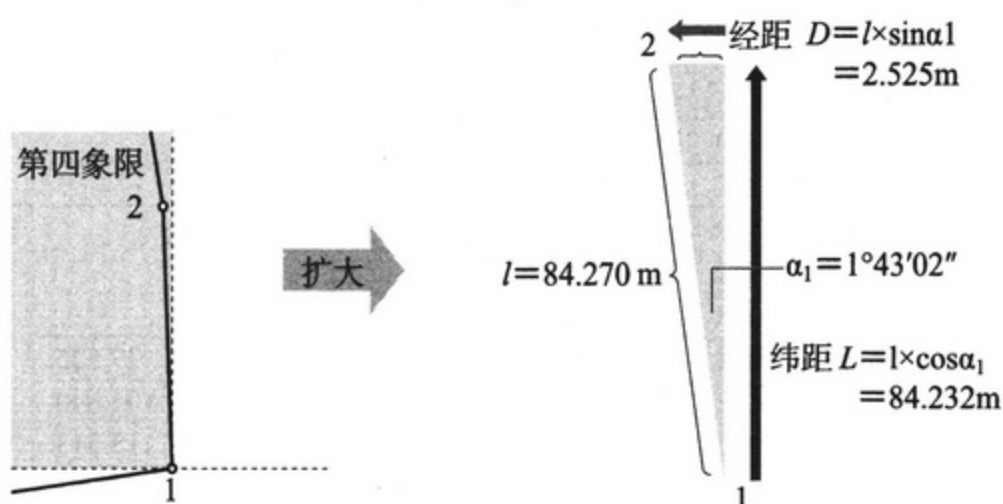


图3.21 测线1-2的纬距和经距的计算



织香：由于方位是  $N1^{\circ}43'02''W$ ，则坐标值纬距为+、经距为-。则测线 1-2 的纬距  $L$  为 +84.232，经距  $D$  为 -2.525，将坐标值填入表中。



织香：同样的，计算其他测线的值。所有测线的纬距和经距如下表所示。

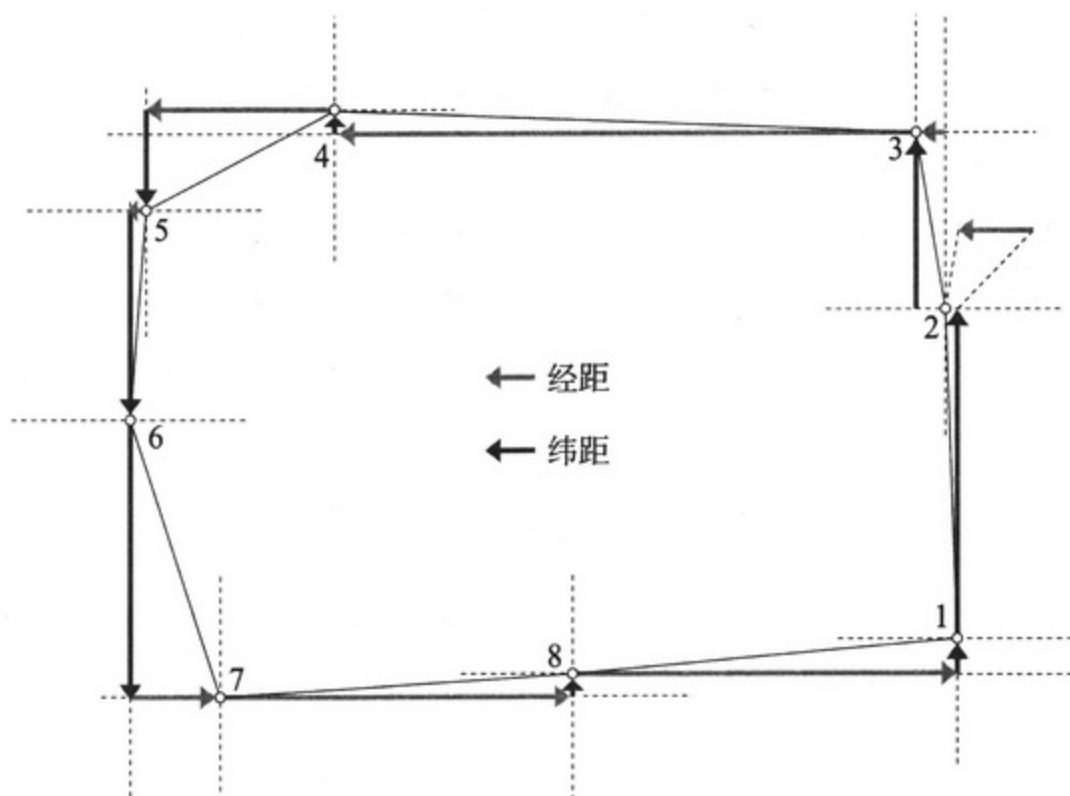


图3.22 所有测点的纬距和经距

表3-3 所有测线的纬距和经距

测线	距离 (m)	方位	纬距		经距	
			(+)	(-)	(+)	(-)
1 → 2	84.270	N $1^{\circ}43'02''$ W	84.232			2.525
2 → 3	68.303	N $9^{\circ}31'19''$ W	67.362			11.299
3 → 4	169.509	N $89^{\circ}49'01''$ W	0.543			169.509
4 → 5	70.627	S $67^{\circ}29'45''$ W		27.033		65.249
5 → 6	62.043	S $2^{\circ}51'53''$ W		61.965		3.101
6 → 7	87.088	S $18^{\circ}25'29''$ E		82.624	27.525	
7 → 8	105.642	N $89^{\circ}37'02''$ E	0.707		105.640	
8 → 1	119.997	N $80^{\circ}59'50''$ E	18.778		118.518	
合计			171.622	171.622	251.683	251.683
经距差和纬距差			0.000		0.000	

## 纬距变换和经距变换的计算



织 香：将纬距和经距计算出来后，就能在坐标图中表示出来了，根据表 3.3 中的方位可以看出测点分布在几个不同的象限内。换句话说，就是正坐标和负坐标混在一起，这样在实际作图的时候就很容易混淆出错。



伊扎克：对啊！如果可以的话将所有的坐标用正数表示，计算就容易多了。



织 香：对呢！纬距和经距是以测点 1 为原点  $(0, 0)$ ，所以有正数也有负数。如果以测点 1 是任意一点作为起始值，那么能将所有的坐标值转换成正数，在一个象限内就能表示所有的测点。这个称为纬距变换和经距变换的计算。



老 师：假设测点 1 的坐标为  $(x, y) = (300, 300)$ ，那么测点 2 的坐标为：

测点 2 的  $x$  坐标（测点 2 的纬距变换） $= 300 + 84.232 = 384.232$

测点 2 的  $y$  坐标（测点 2 的经距变化） $= 300 + (-2.525) = 297.475$

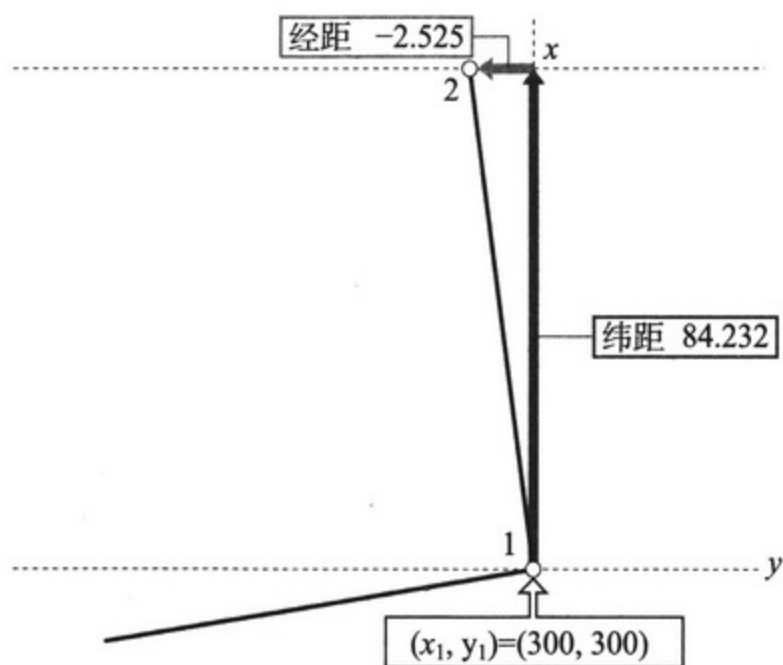


图3.23 测点2的坐标



老 师：我们继续求测点 3 的坐标

测点 3 的  $x$  坐标（测点 3 的纬距变换） $=384.232+67.362=451.594$

测点 3 的  $y$  坐标（测点 3 的经距变化） $=297.475+(-11.299)=286.176$



老 师：采用同样的方法计算其他测点的坐标，得到表 3.4

表3.4 纬距变换与经距变换

测 点	经距变换 ( $x$ 坐标)	纬距变换 ( $y$ 坐标)
1	300.000	300.000
2	384.232	297.475
3	451.594	286.176
4	452.137	116.667
5	452.104	51.418
6	363.139	48.317
7	280.515	75.842
8	281.222	181.482

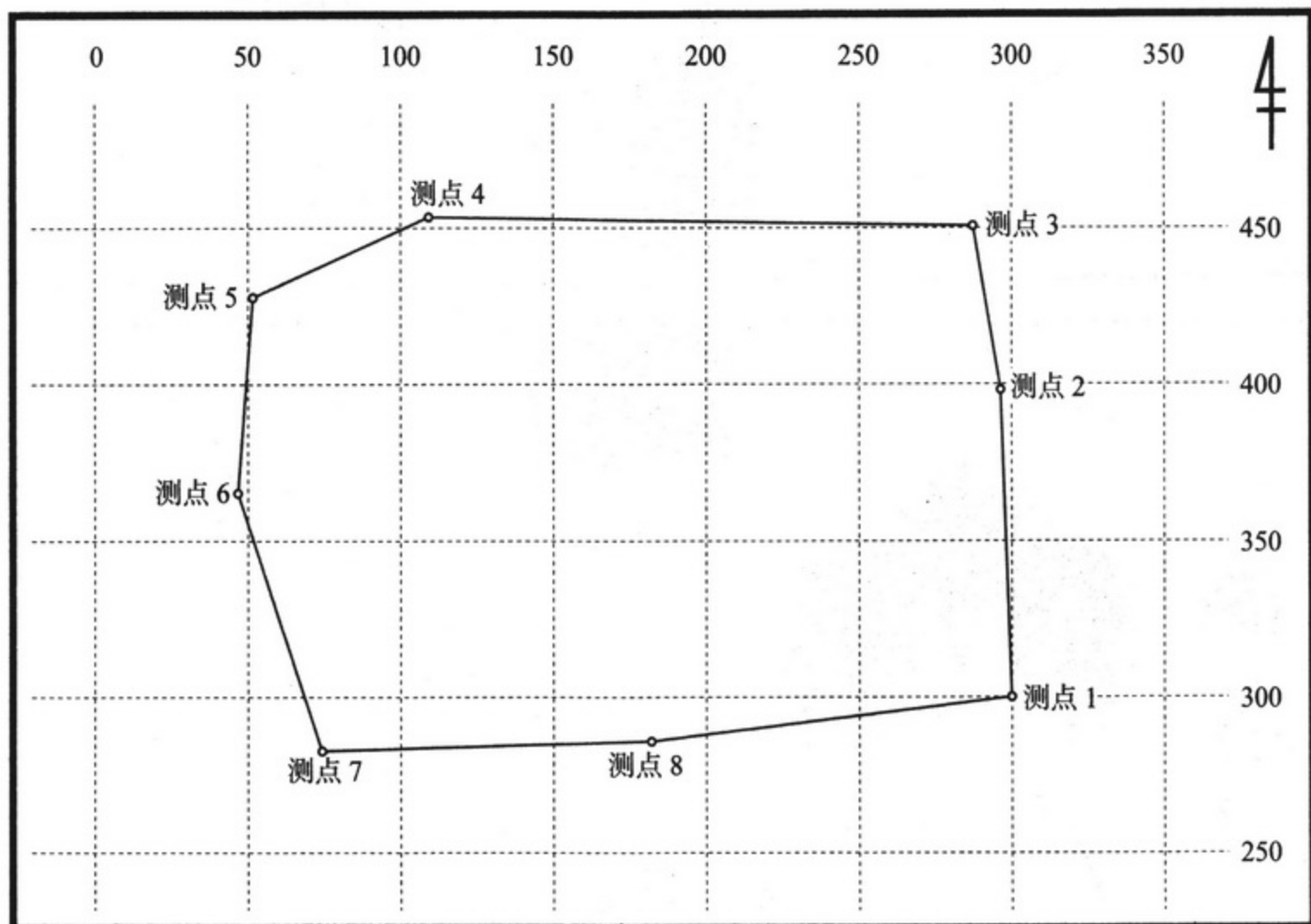


老 师：纬距和经距的计算就结束了，为了使所有测点位于坐标图的第一象限内，选择合适的测点 1 的坐标是很重要的。



克拉拉：是！





伊扎克、克拉拉，  
你们做得很好啊！

这样就能在地图上表示出  
哥斯托兰德的正确位置了。

嗯，  
OK

这个也能应用于城  
市的设计中吗？

这个还不行……  
这个只能用于确定大体框  
架的点的位罝。

呵呵呵呵

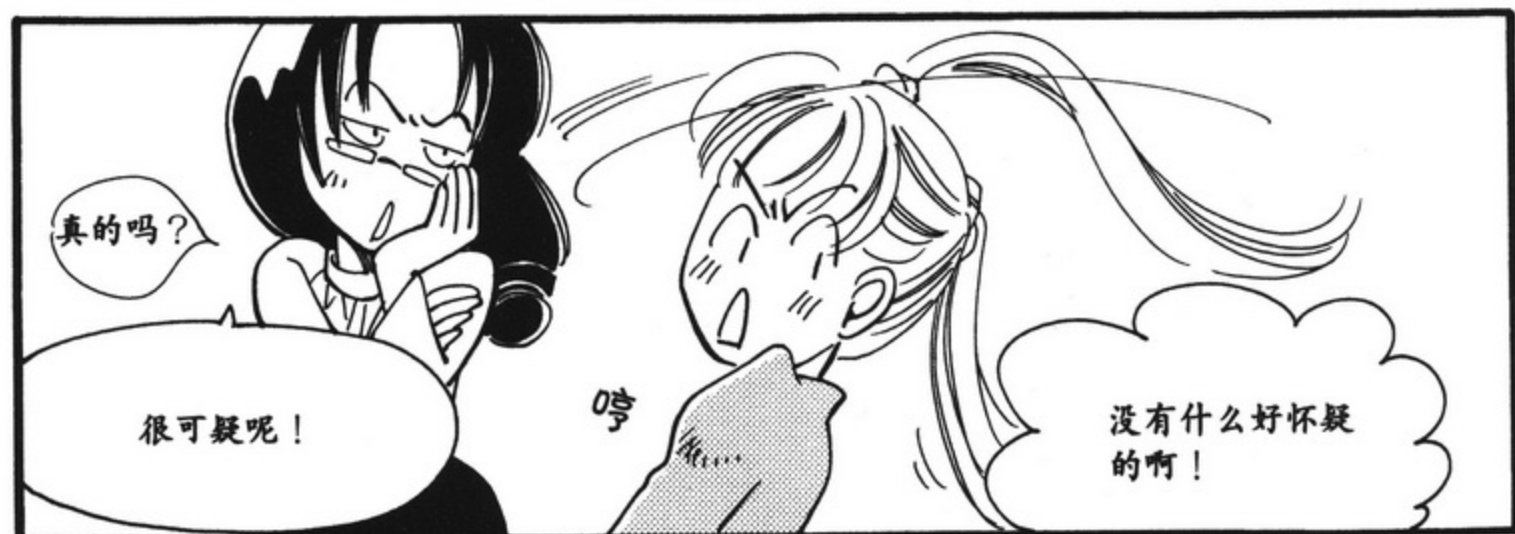
接下来，  
以这些点作为基准进行更  
加具体详细的测量。

后面还有啊！

好好干吧！对哥斯托兰德的  
测量还不是你走向专家  
道路的最大的难关。

咣当！

现在对测量已经很清楚了，  
不是什么难办的事情啊！





# 织香的 误差校正教室

## ■ 闭合路径计算的误差调整

在本文中,关于路径测量介绍了纬距、经距的计算,纬距变换、经距变换的计算,还有坐标表示和图形表示的内容,省略了纬距和经距的误差校正的内容。在闭合路径中,对内角进行调整后计算了纬距和经距,而“纬距的和”与“经距的和”与理论值不同,因此产生了误差。在此介绍一种校正纬距的和与经距的和的方法。

本章介绍的纬距与经距的计算结果如表 3.5 所示。

表3.5 在本章介绍的纬距与经距的计算结果

测 线	距 离 (m)	方 位	纬 距		经 距	
			(+)	(-)	(+)	(-)
1 → 2	84.270	N 1° 43' 02" W	84.232			2.525
2 → 3	68.303	N 9° 31' 19" W	67.362			11.299
3 → 4	169.509	N89° 49' 01" W	0.543			169.509
4 → 5	70.627	S67° 29' 45" W		27.033		65.249
5 → 6	62.043	S 2° 51' 53" W		61.965		3.101
6 → 7	87.088	S18° 25' 29" E		82.624	27.525	
7 → 8	105.642	N89° 37' 02" E	0.707		105.640	
8 → 1	119.997	N80° 59' 50" E	18.778		118.518	
合 计			171.622	171.622	251.683	251.683
经距差和纬距差			0.000		0.000	

不过,表 3.5 中的数据已经进行过误差校正了,纬距的和与经距的和与理论值是完全一致。因此回到还没有进行误差校正的计算结果,如表 3.6 所示。

表3.6 误差校正之前的纬距和经距的计算结果

测线	距离 (m)	方位	纬距		经距	
			(+)	(-)	(+)	(-)
1 → 2	84.270	N 1° 43' 02" W	84.232			2.525
2 → 3	68.303	N 9° 31' 19" W	67.362			11.299
3 → 4	169.509	N 89° 49' 01" W	0.542			169.508
4 → 5	70.627	S 67° 29' 45" W		27.033		65.249
5 → 6	62.043	S 2° 51' 53" W		61.965		3.101
6 → 7	87.088	S 18° 25' 29" E		82.624	27.525	
7 → 8	105.642	N 89° 37' 02" E	0.706		105.640	
8 → 1	119.997	N 80° 59' 50" E	18.777		118.519	
合计			171.619	171.622	251.684	251.682
经距差和纬距差			-0.003		0.002	

表 3.6 中的数值还没有进行误差校正。纬距的所有正数和与所有负数和不相等，经距也是如此，这是由于误差所造成的。由于存在误差，如图 3.24 所示，闭合路径无法真正闭合。

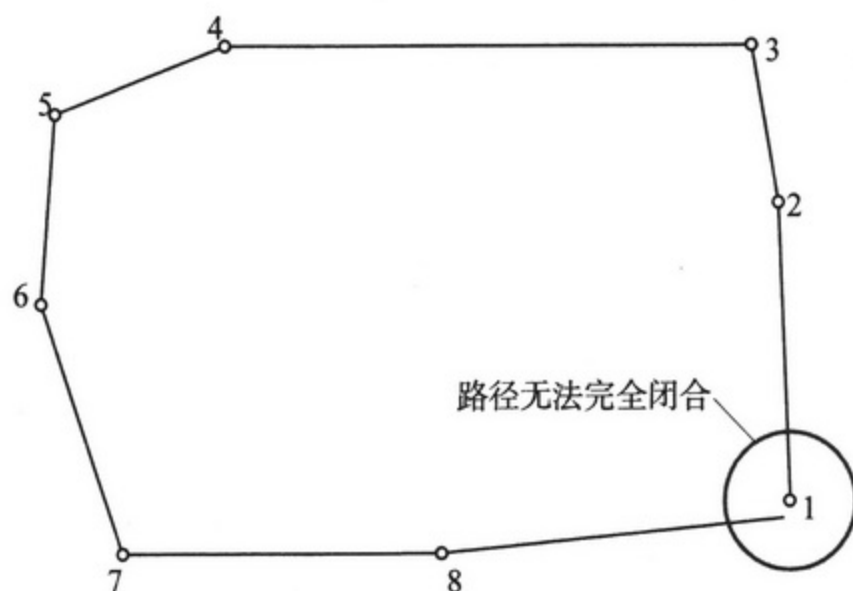


图3.24 闭合路径的误差

纬距的正数和与负数和之间的差值称为**纬距差**，经距的正数和与负数和之间的差值称为**经距差**。纬距、经距的误差校正时按照测线的长度比例来分配的。这种校正方法称为“指南针法则”。还有，采用指南针法则校正后的纬距称为**调整纬距**，经距称为**调整经距**。

下面，具体介绍一下校正方法的步骤。首先从纬距和经距的校正开始说起。将纬距差为  $-0.003$  按照测线的长度比例进行分配。

测线的长度和的计算如表 3.7 所示。

表3.7 各测线的长度

测 线	距 离 (m)
1 → 2	84.270
2 → 3	68.303
3 → 4	169.509
4 → 5	70.627
5 → 6	62.043
6 → 7	87.088
7 → 8	105.642
8 → 1	119.997
合 计	767.479

接下来, 计算各测线长度相对于这个测线和 767.479 (m) 的比例, 按照这个比例确定纬距的调整量。计算的结果如表 3.8。在此, 由于纬距差为 0.003, 是个非常小的量, 标记到 mm 单位量级(小数点第三位), 纬距的调整量如表 3.8 所示, 几乎为零。

表3.8 各测线的长度与纬距调整量

测 线	距 离 (m)	纬距调整量 (m)
1 → 2	84.270	0.000
2 → 3	68.303	0.000
3 → 4	169.509	0.001
4 → 5	70.627	0.000
5 → 6	62.043	0.000
6 → 7	87.088	0.000
7 → 8	105.642	0.000
8 → 1	119.997	0.000
合 计	767.479	

$0.003 \times \frac{84.270}{767.479}$

→

$0.003 \times \frac{68.303}{767.479}$

同样, 计算经距调整量, 得到表 3.9 的数据。

表3.9 各测线的长度与经距调整量

测 线	距 离 (m)	经距调整量 (m)
1→2	84.270	0.000
2→3	68.303	0.000
3→4	169.509	0.000
4→5	70.627	0.000
5→6	62.043	0.000
6→7	87.088	0.000
7→8	105.642	0.000
8→1	119.997	0.000
合 计	767.479	

经距差比纬距差还要小，是 0.002，因此经距调整量也都几乎为零。对纬距和经距进行调整（由于纬距的正数和比负数和要小，将测线 3-4 的纬距值加上一个调整量），得到表 3-10。

表3.10 调整量的加减

测 线	距 离 (m)	方 位	纬 距		经 距	
			(+)	(-)	(+)	(-)
1→2	84.270	N 1°43' 02" W	84.232			2.525
2→3	68.303	N 9°31' 19" W	67.362			11.299
3→4	169.509	N89°49' 01" W	0.543			169.508
4→5	70.627	S67°29' 45" W		27.033		65.249
5→6	62.043	S 2°51' 53" W		61.965		3.101
6→7	87.088	S18°25' 29" E		82.624	27.525	
7→8	105.642	N89°37' 02" E	0.706		105.640	
8→1	119.997	N80°59' 50" E	18.777		118.519	
合 计			171.620	171.622	251.684	251.682
经距差与纬距差			-0.002		0.002	

表 3.10 能得到校正后的图形。如果纬距差与经距差比较大的话，就能在测量作业中进行误差校正。但是，纬距差与经距差都很小，按照上文介绍的误差校正方法，纬距差与经距差几乎为零，很难实施校正。这时，不去计算各个长度的调整量，而是将长区间的纬距和经距调整 0.001。

在纬距的调整中,测线 3-4 的纬距已经校正了 0.001 了,接下来将测线 7-8 与测线 8-1 的纬距各调整 0.001。

表 3.11 中的调整纬距和调整经距就是路径测量的纬距与经距。

表3.11 调整纬距与调整经距

测 线	距 离 (m)	方 位	纬 距		经 距		纬距调整		经距调整	
			(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)
1→2	84.270	N 1° 43' 02"W	84.232			2.525	84.232			2.525
2→3	68.303	N 9° 31' 19"W	67.362			11.299	67.362			11.299
3→4	169.509	N89° 49' 01"W	0.543			169.508	0.543			169.509
4→5	70.627	S67° 29' 45"W		27.033		65.249		27.033		65.24
5→6	62.043	S 2° 51' 53"W		61.965		31.01		61.965		3.101
6→7	87.088	S18° 25' 29"E		82.624	27.525			82.624	27.525	
7→8	105.642	N89° 37' 02"E	0.706		105.640		0.707		105.640	
8→1	119.997	N80° 59' 50"E	18.777		118.519		18.778		118.518	
合 计			171.620	171.622	251.684	251.682	171.622	171.622	251.683	251.683
经距差与纬距差			-0.002		0.002		0.000		0.000	

## ■ 路径测量的误差

根据路径测量(采用经纬仪的角度测量)的误差产生的原因和校正方法,就能将误差消去。

### (1) 仪器误差

这是由于经纬仪的调整而产生的误差。

#### ① 视准轴误差

这是由于望远镜的视准轴与水平轴(望远镜的旋转轴)没有正交而造成的误差(图 3.25)。这个误差能用本章介绍的正反测量的方法消除。



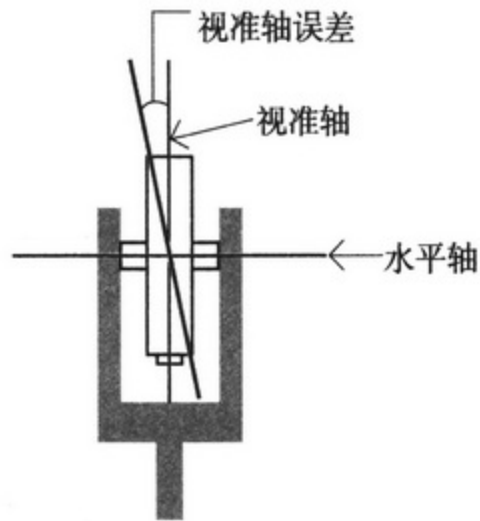


图3.25 视准轴误差

### ②水平轴误差

铅垂轴（经纬仪的旋转轴）与水平轴没有正交而造成的误差（图 3.26）。这个误差与视准轴误差一样，可以采用正反测量方法消除。

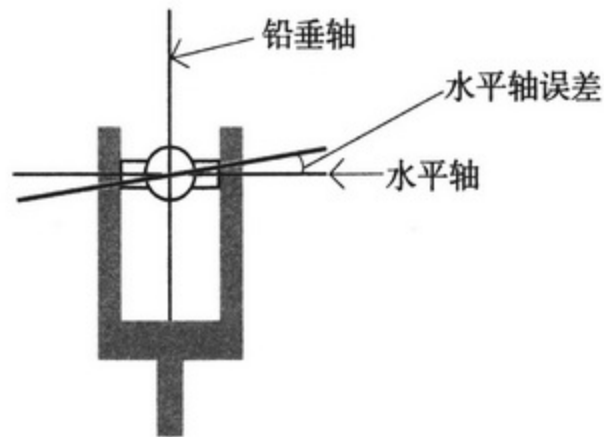


图3.26 水平轴误差

### ③分度盘的偏心误差

经纬仪的旋转轴与分度盘的中心没有完全重合（偏心）而造成的误差（图 3.27）。这个误差也能采用正反测量方法消除。

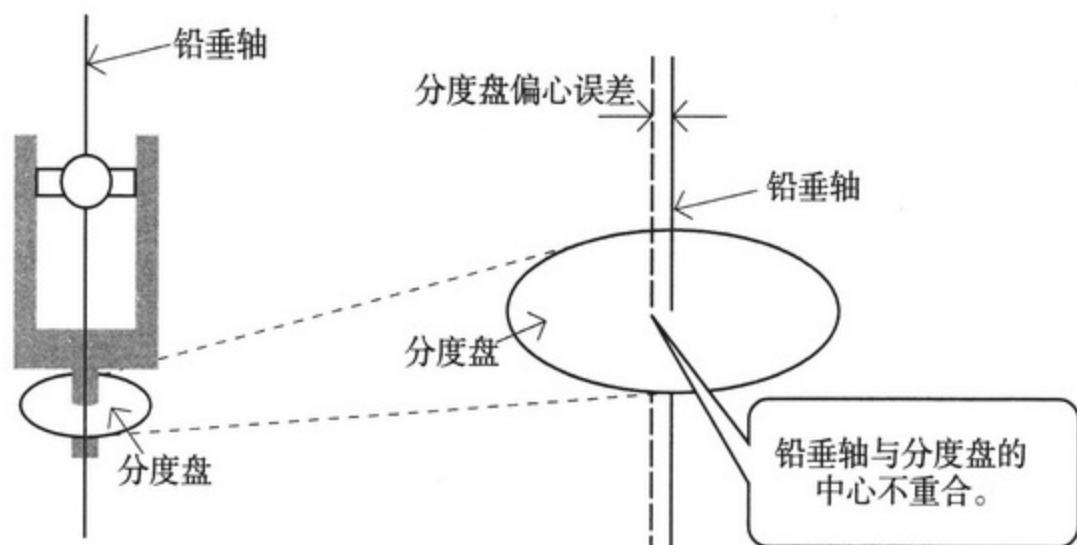


图3.27 分度盘偏心误差

#### ④ 刻度误差

分度盘上的刻度的不均匀性而造成的误差。如果能平均使用分度盘的全盘刻度，可以减小误差。正向测量后进行反向测量，将正向观测值加上了 $180^\circ$ ，采用余下的分度盘部分。

### (2) 自然误差

这是由于大气密度变化而使光线传播变化造成的误差。特别是在湿度比较高的环境下，在炎热的天气下测量，由于很难确定目标，因此会有很大的误差。为了减小这个误差，应该尽量避免在高湿度即炎热天气下进行测量作业。

### (3) 个人误差

#### ① 视线误差

这是由于没有完全聚焦而产生的。确认完全聚焦就能减小这个误差。为了确认聚焦，左右移动眼睛，如果这时看到目标也有移动，那么就没有与焦点重合，这时需要重新调整使它们重合。

#### ② 习惯误差

这是由于个人测量习惯所造成的误差。例如，有人在观察目标的时候会有自己的习惯（如朝右倾斜）。

这时，就不要让多个人共同进行测量作业，而是让一个人去完成所有的测量作业，这样就能消除习惯误差了。

#### (4) 错 误

错误不是误差。错误是操作者的疏忽所造成的过失。

##### ● 角度读数错误

测量角度时需要将数据告诉给记录者，这时由于失误会产生错误。例如，将  $155^{\circ} 45' 50''$  说成了  $155^{\circ} 54' 50''$ 。这时，让记录者重复一遍记录数据，可以避免这样的错误。测量者与记录者确认后，再次观察刻度值，防止这样的错误。

## 经纬仪的构成

本章使用的经纬仪是由很多螺母和镜子等组成的。经纬仪各部分的名称、功能如下所示。

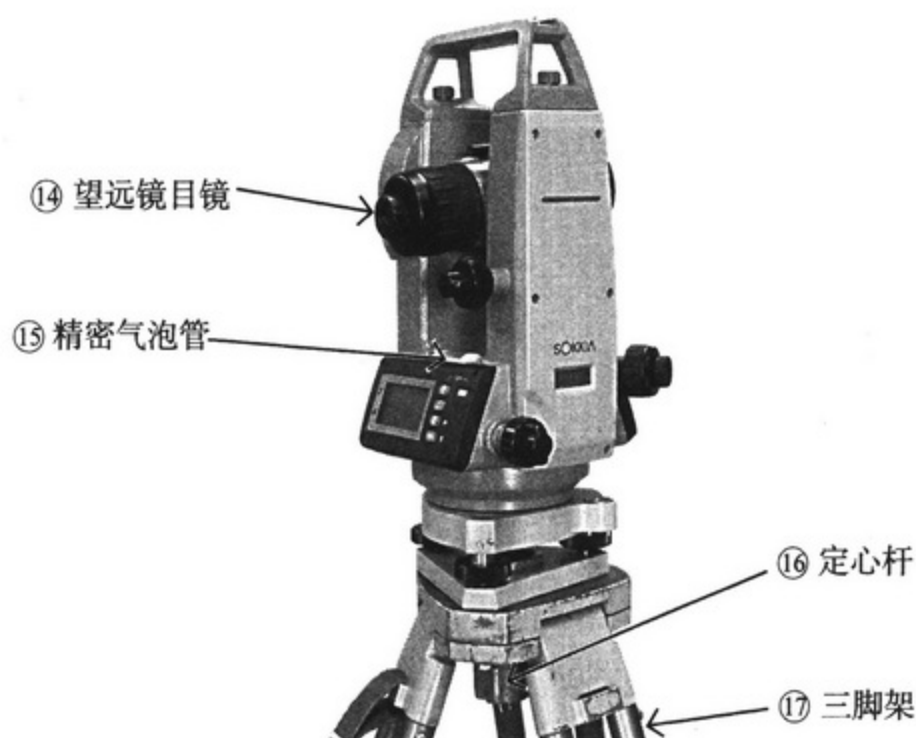
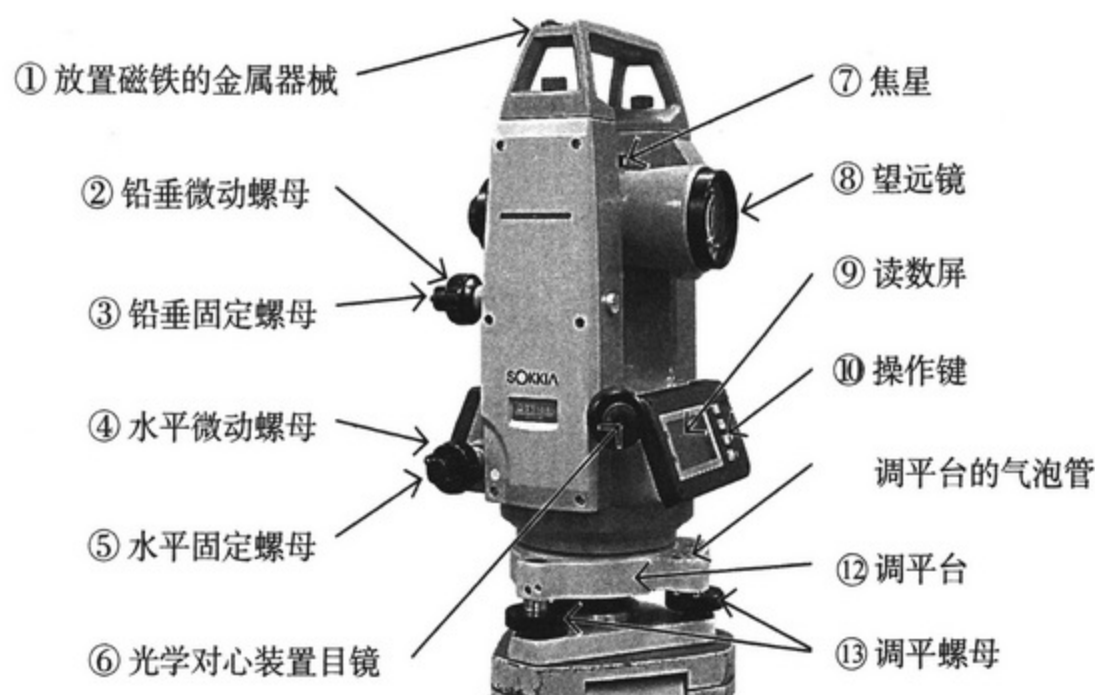


图3.28 经纬仪的构成部分的名称和功能

序号 / 名称	功 能
① 放置磁铁的金属器械	将望远镜的光轴调至水平状态时用来装载磁铁的金属器械。测量方位角时使用。
② 铅垂微动螺母	用于调整望远镜上下位置（角度）的微调螺母。
③ 铅垂固定螺母	使望远镜在铅垂方向上（角度）固定的螺母。
④ 水平微动螺母	用于经纬仪水平位置（角度）的微调螺母。
⑤ 水平固定螺母	使经纬仪在水平方向上（角度）固定的螺母。
⑥ 光学对心装置的目镜	光学对心装置能观察仪器中心的竖直方向，是用于对心的装置（使仪器中心与地上的测点重合），这是目镜。
⑦ 焦 星	望远镜在观察目标时，由于放大倍率高的原因，而焦点很小，很难使目标与焦点重合，因此将焦点放大形成焦星，用于目标物与焦点的重合。
⑧ 望远镜	本书采用的望远镜的放大倍率为 30 倍。
⑨ 读数屏	将角度数字化表示的液晶屏。
⑩ 操作键	有电源键、归零键、分度盘切换键、持续键等。
⑪ 调平台气泡管	调平作业使用的圆形气泡管。 调节气泡的位置而使经纬仪处于水平状态。
⑫ 调平台	经纬仪分为测量部分和调平台两个部分。调平台是用于将经纬仪调平的装置。
⑬ 调平螺母	调平螺母有三个，用于调整经纬仪，使其处于水平状态。
⑭ 望远镜目镜	目镜部分有十字线，在目镜部分调节使十字线位于望远镜的中心（视准轴，又称为光轴）。
⑮ 精密气泡管	读数屏上方的杆状的精密气泡管是用于经纬仪的精密调平作业。
⑯ 定心杆	将经纬仪与三脚架固定的装置。
⑰ 三脚架	三脚架是铝制的。精密三脚架是木制的，受温度影响小。

图3.28 经纬仪的构成部分的名称和功能（续）

### ■ 经纬仪与全角仪的区别

经纬仪是用于测量水平角和铅垂角的仪器。能将测量的角度数字化，没有人为因素的读数误差。不过，本章学习时，测量结果是手写记录的，然后输入电脑中，这时可能会发生记录错误或输入错误。

全角仪加入了用经纬仪的望远镜进行光波距离测量的仪器，能同时测量角度和距离。测量数据在液晶屏上数字化后表示出来，而且能将这个测量数据保存下来。最近开发的功能包括了能现场使用角度和距离数据，以前需要回到研究室进行各种数据处理，而现在能在测量现场使用全角仪自带的电脑进行计算。

### ■ 以全角仪基础的测量系统

本章介绍的经纬仪的角度测量和距离测量的作业过程，如图 3.29 所示。将这个过程中与采用全角仪测量角度和距离的过程（图 3.30）进行比较。

无论是采用经纬仪，还是全角仪，将测量数据输入电脑后的演算处理（角度误差计算和校正、方位角的计算、纬距与经距的计算、纬距变换和经距变换的计算），都有图形化部分。而在角度和距离测量过程中，二者存在区别。采用经纬仪测量时，测量的角度和距离值是先由记录者记在记录本上的（图 3.29），有可能发生测量结果的读取错误和记录错误。

而采用全角仪测量时，作业效率提高了。按下距离测量的开始按钮，仪器内部光波距离测量装置启动，自动测量距离。也就是说不需要用卷尺测量距离，也不需要野外进行记录。同样角度测量时也是，不需要手动记录。测量的角度和距离数据，会自动保存在全角仪的记录装置中（硬盘）。

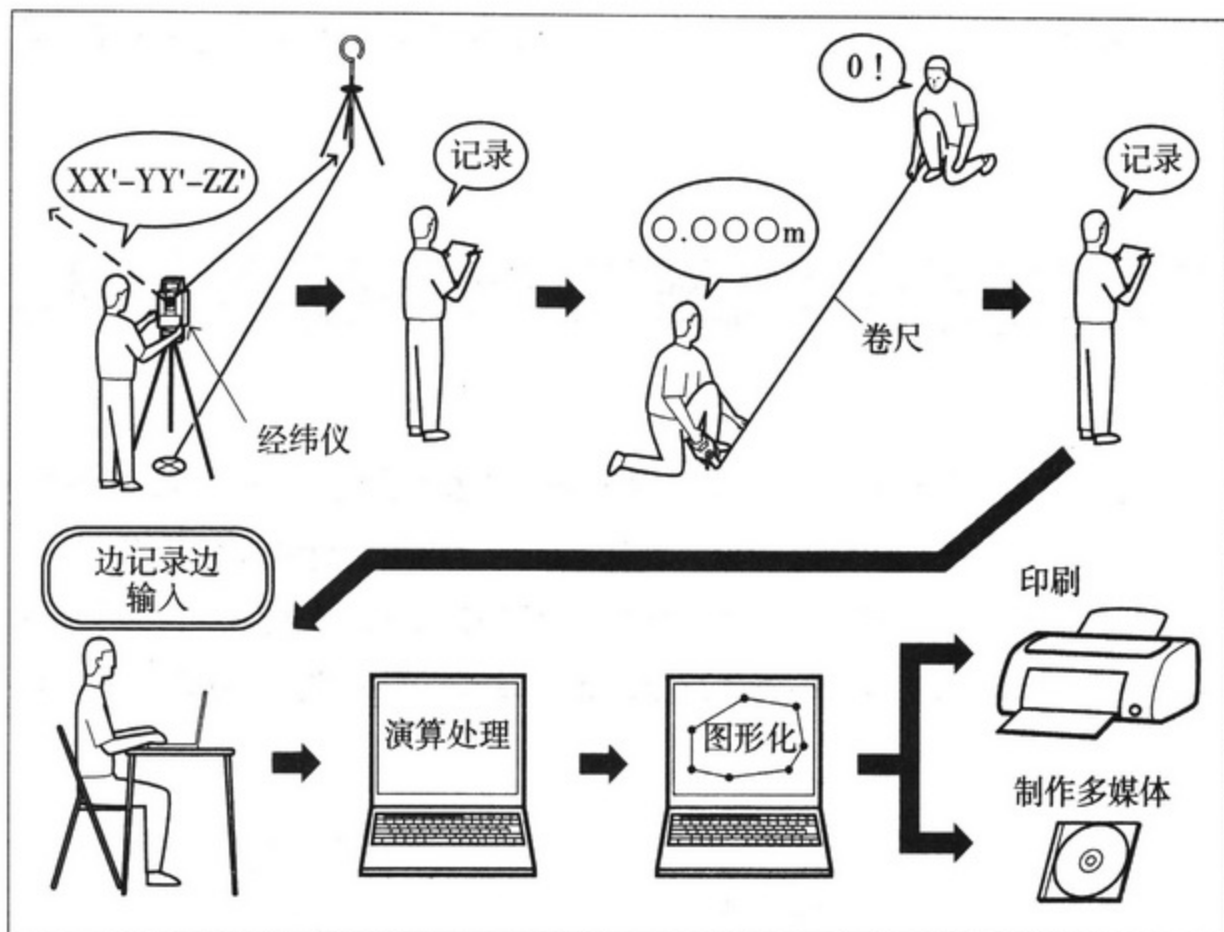


图3.29 基于经纬仪的测量系统

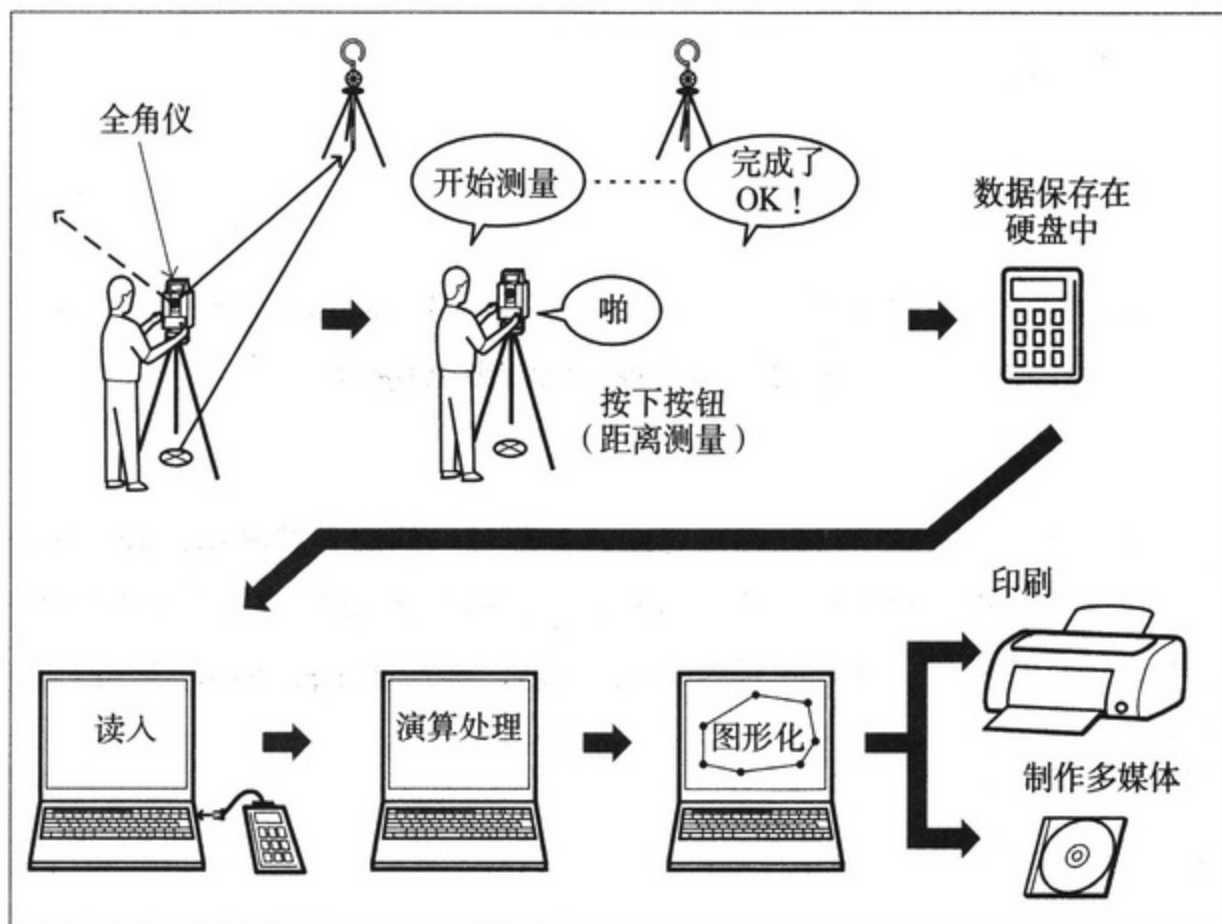


图3.30 基于全角仪的测量系统

数据读入电脑时，不需要人工输入，因此也不会发生人为的记录错误或电脑输入错误。

## 组合路径

关于组合路径测量，在本章的开头部分大概介绍了一下（参照 P90）。在此将介绍在哥斯托兰德的闭合路径里，设置新的组合路径进行测量的知识。

在哥斯托兰德的路径测量中，设置了闭合路径所需要的测点，为了测量图 3.31 (a) 的闭合路径无法测量的网状部分，重新设置了新的测点，如图 3.31 (b) 所示。

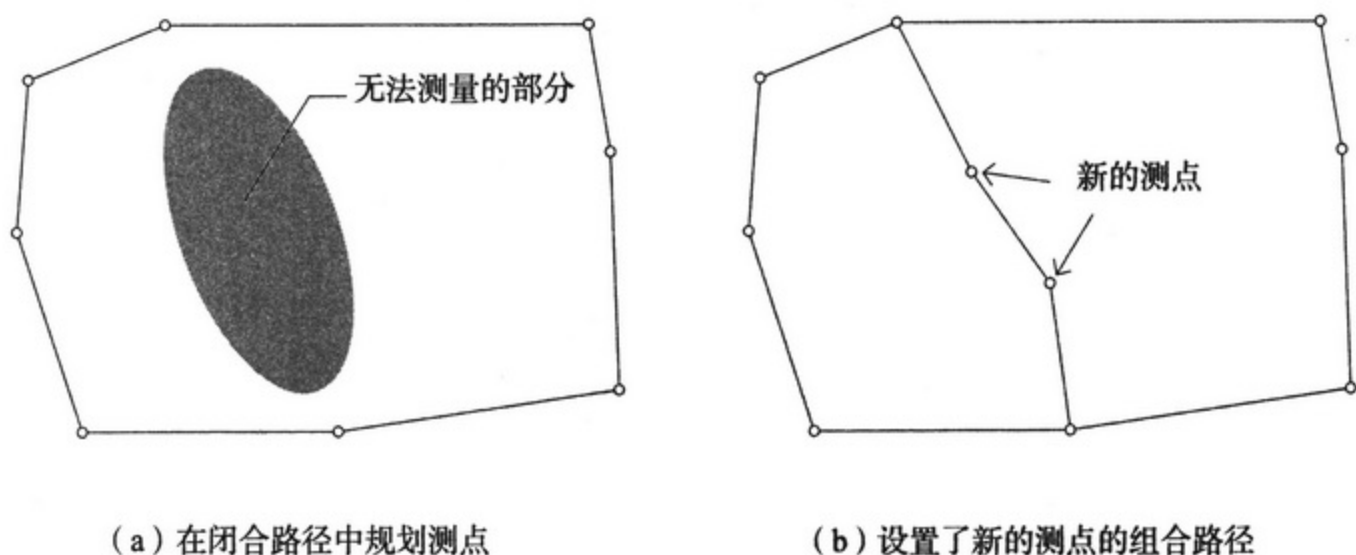


图3.31 在哥斯托兰德设置新的测点

组合路径是在两个已知测点之间设置路径。如图 3.32 所示，测点 4 和测点 8 是本章介绍的路径测量的两个已知点，方位角和坐标值 ( $x$  轴、 $y$  轴的值) 已知。设置两个新的测点，测点  $A$  和测点  $B$ 。这时，按照图 3.32 所示的顺时针方向标记的角度。



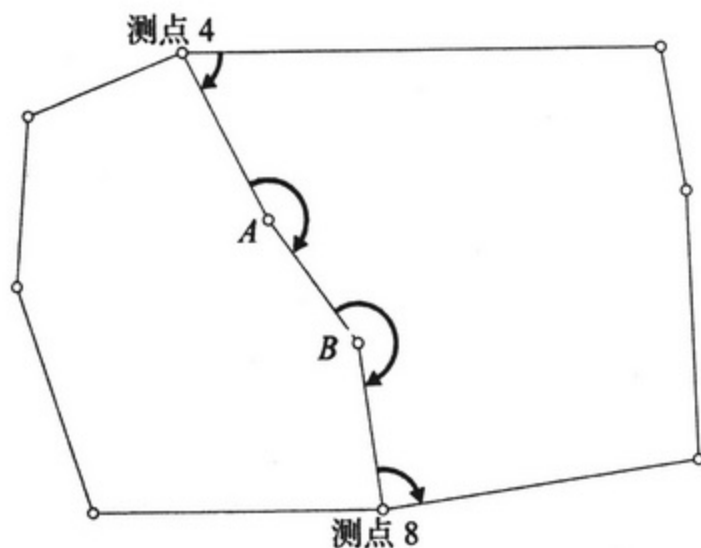


图3.32 测点4→测点A→测点B→测点8的角度测量

这时的角度测量也要进行正、反两次测量。得到表 3.12 的实测角数据。接着，测量测点之间的距离，结果如表 3.13 所示。这些数据，就是测点 4 经由测点 A 和测点 B 到达测点 8 的结合路径的测量结果。

表3.12 组合路径的实测角

测 点	实测角
4	83° 40' 42"
A	137° 10' 42"
B	225° 48' 00"
8	84° 09' 35"

表3.13 测线的距离

测 线	测线距离
4→A	60.797
A→B	72.728
B→8	62.815

## ■ 实测角的校正

根据本章介绍的方位角的计算方法（参照 P128），计算出以测点 4 为基准到测点 8 的方位角。测点 8 的方位角是已知的，将已知值与结合路径测量得到的方位角进行比较，二者有差异，这个差值是由于实测角的误差所产生的，将这个差值按照测点数进行均等分配而进行角度校正。

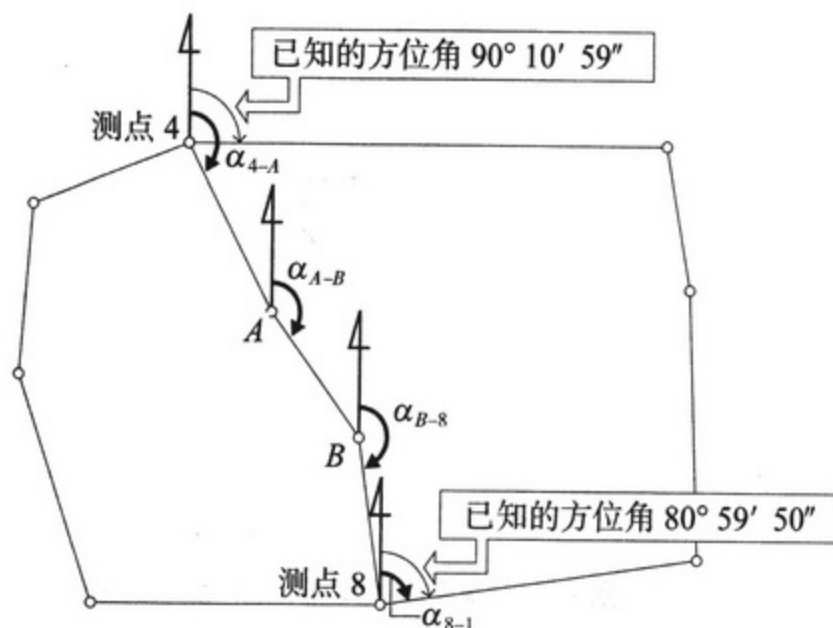


图3.33 各测点的方向角

根据本章的路径测量结果，测点 4 的方位角为  $90^{\circ} 10' 59''$ ，测点 8 的方位角为  $80^{\circ} 59' 50''$ 。如图 3-33 所示计算方位角  $\alpha_{4-A}$ ， $\alpha_{A-B}$ ， $\alpha_{B-8}$ ， $\alpha_{8-1}$ 。

$$\begin{aligned} \text{测点 4 的方位角 } \alpha_{4-A} &= \text{测点 4 的方位角} + \text{测点 4 的实测角} \\ &= 90^{\circ} 10' 59'' + 83^{\circ} 40' 42'' \\ &= 173^{\circ} 51' 41'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 A 的方位角 } \alpha_{A-B} &= \alpha_{4-A} + 180^{\circ} + \text{测点 A 的实测角} \\ &= 173^{\circ} 51' 41'' + 180^{\circ} + 137^{\circ} 10' 42'' \\ &= 491^{\circ} 02' 23'' \\ &= 131^{\circ} 02' 23'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 B 的方位角 } \alpha_{B-8} &= \alpha_{A-B} + 180^{\circ} + \text{测点 B 的实测角} \\ &= 131^{\circ} 02' 23'' + 180^{\circ} + 225^{\circ} 48' 00'' \\ &= 536^{\circ} 50' 23'' \\ &= 176^{\circ} 50' 23'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 8 的方位角 } \alpha_{8-1} &= \alpha_{B-8} + 180^{\circ} + \text{测点 8 的实测角} \\ &= 176^{\circ} 50' 23'' + 180^{\circ} + 84^{\circ} 09' 35'' \\ &= 440^{\circ} 59' 58'' \\ &= 80^{\circ} 59' 58'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{误差 } e &= \alpha_{8-1} - \text{测点 8 已知的方位角} \\
 &= 80^\circ 59' 58'' - 80^\circ 59' 50'' \\
 &= 8''
 \end{aligned}$$

将这个误差  $8''$  除以测点的数目 4,  $8/4=2''$ , 各个测点的实测角减去这个值 (表 3.14)。减去  $2''$  后的角度称为修正角。

采用这个修正角, 重新计算方位角。表 3.15 是计算结果。

表3.14 实测角减去 $2''$  得到修正角

测 点	实测角	修正角
4	$83^\circ 40' 42''$	$83^\circ 40' 40''$
A	$137^\circ 10' 42''$	$137^\circ 10' 40''$
B	$225^\circ 48' 00''$	$225^\circ 47' 58''$
8	$84^\circ 09' 35''$	$84^\circ 09' 33''$

表3.15 根据修正角计算得到的方位角

测 线	方位角
4→3	$90^\circ 10' 59''$
4→A	$173^\circ 51' 39''$
A→B	$131^\circ 02' 19''$
B→8	$176^\circ 50' 17''$
8→1	$80^\circ 59' 50''$

总结上面误差  $e$  的计算方法, 得到下面的式子。

$$e = (\alpha_A + \Sigma\beta) - \alpha_B - 180(n - 1)$$

$\alpha_A$ : 已知点 (起始点) 的方位角,  $\alpha_B$ : 已知点 (终点) 的方位角,  
 $\Sigma\beta$ : 测点的实测角的和,  $n$ : 测点数

## ■ 纬距、经距与纬距变换、经距变换的计算

纬距、经距的计算, 与在哥斯托兰德的测量中介绍的闭合路径测量一样 (参照 P134)。纬距、经距的计算结果如表 3.16 所示。

表3.16 纬距、经距的计算结果

测线	纬距	经距
4→A	-60.448	6.502
A→B	-47.751	54.856
B→8	-62.719	3.465

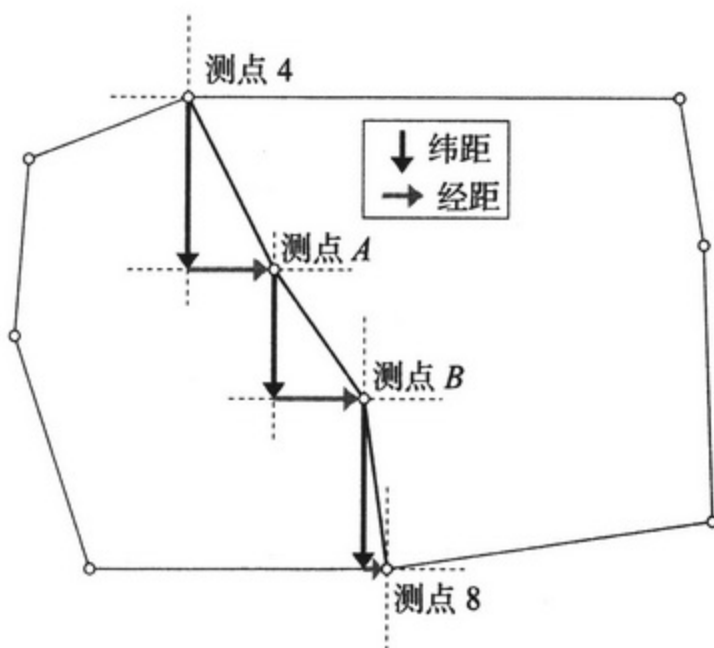


图3.34 测点4→测点A→测点B→测点8的纬距与经距

测点 4 的坐标，也就是在哥斯托兰德的测量中计算得到的纬距变换与经距变换的值。根据测点 4 的坐标，能计算出测点 8 的坐标值。下面介绍这个计算过程。

$$\begin{aligned}
 \text{测点 } A \text{ 的纬距} &= \text{测点 } 4 \text{ 的纬距} + \text{测线 } 4 \rightarrow A \text{ 的纬距} \\
 &= 452.137 + (-60.448) \\
 &= 391.689
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{测点 } A \text{ 的经距} &= \text{测点 } 4 \text{ 的经距} + \text{测线 } 4 \rightarrow A \text{ 的经距} \\
 &= 116.667 + 6.502 \\
 &= 123.169
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{测点 } B \text{ 的纬距} &= \text{测点 } A \text{ 的纬距} + \text{测线 } A \rightarrow B \text{ 的纬距} \\
 &= 391.689 + (-47.751) \\
 &= 343.938
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 } B \text{ 的经距} &= \text{测点 } A \text{ 的经距} + \text{测线 } A \rightarrow B \text{ 的经距} \\ &= 123.169 + 54.856 \\ &= 178.025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 } 8 \text{ 的纬距} &= \text{测点 } B \text{ 的纬距} + \text{测线 } B \rightarrow 8 \text{ 的纬距} \\ &= 343.938 + (-62.719) \\ &= 281.219 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{测点 } 8 \text{ 的经距} &= \text{测点 } B \text{ 的经距} + \text{测线 } B \rightarrow 8 \text{ 的经距} \\ &= 178.025 + 3.465 \\ &= 181.490 \end{aligned}$$

总结所有纬距和经距的计算结果，得到表 3.17。

表3.17 纬距、经距的计算结果

测 点	纬距变换	经距变换
测点 4	452.137	116.667
测点 A	391.689	123.169
测点 B	343.938	178.025
测点 8	281.218	181.490

## ■ 纬距、经距的误差计算与校正

在闭合路径测量中，计算得到测点 8 的纬距与经距分别是 281.222 和 181.482。将它们与上面计算的测点 8 的纬距和经距相比较，得到差值：

$$\text{测点 } 8 \text{ 的纬距的差} = 281.222 - 281.218 = 0.004$$

$$\text{测点 } 8 \text{ 的经距的差} = 181.482 - 181.490 = -0.008$$

采用“织香的误差校正学习教室”（参照 P142）介绍的闭合路径误差校正方法对这些误差进行校正，得到调整纬距和调整经距，如表 3.18。

表3.18 纬距和经距的计算结果

测 线	纬距调整	经距调整
4→A	-60.447	6.500
A→B	-47.751	54.853
B→8	-62.718	3.462

重新计算测点 8 的纬距和经距，得到如表 3.19 的结果。

表3.19 纬距和经距的计算结果

测 点	纬距变换	经距变换
测点 4	452.137	116.667
测点 A	391.690	123.167
测点 B	343.939	178.020
测点 8	281.222	181.482

这里测点 8 的纬距和经距与闭合路径计算得到结果相同了。这样，组合路径的误差校正就结束了。

## ■ 图形化

将上面的组合路径的结果添加到之前的闭合路径的图形中，如图 3.35。图中圆包含的测点 A 和测点 B 是根据组合路径设置的新的测点。

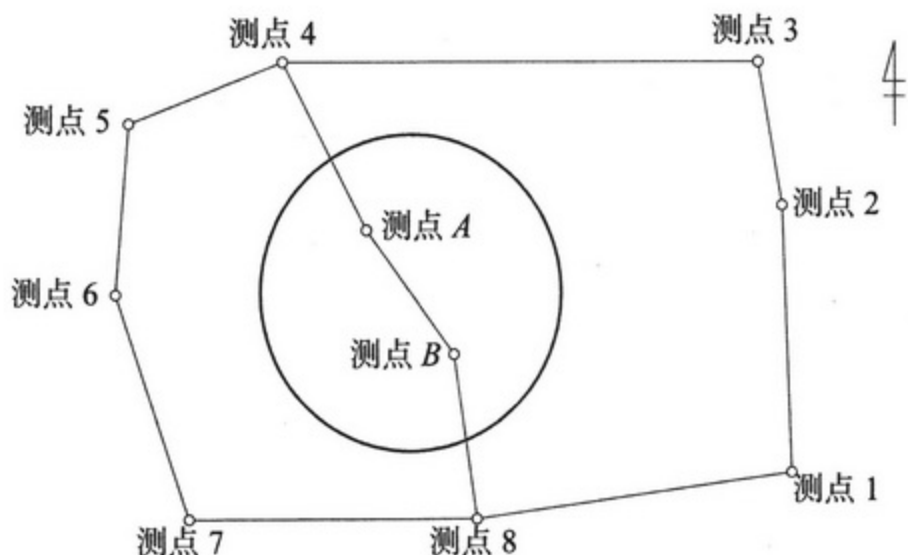


图3.35 组合路径的作图例子

## 测点坐标与三角点坐标系的转换

在本章中,闭合路径的基准测点 1 的坐标为( 300.000,300.000 )(表 3.20)。不过,这个值是只在路径测量区域内通用的坐标值,它与希比尔王国的坐标系没有关系。如果只在这个路径区域内进行施工,不需要标明其在整个希比尔王国的位置关系,可以采用这个测点 A 的坐标 ( 300.000, 300.000 ) 作为基准,但是,在希比尔王国的详细地图的制作过程中,需要标明这个测点的坐标与希比尔王国内设置的三角点之间的关系。

具体来说,离局部测量区域最近的三角点与闭合局部测量的测点 1 (如图 3.36) 形成组合局部测量路径。也就是说,连接已知点与已知点,形成组合局部测量路径,按照之前介绍的测量的步骤 (参照 P88),以三角点的坐标为基准,表示出测点 1 的坐标 (表 3.21)。

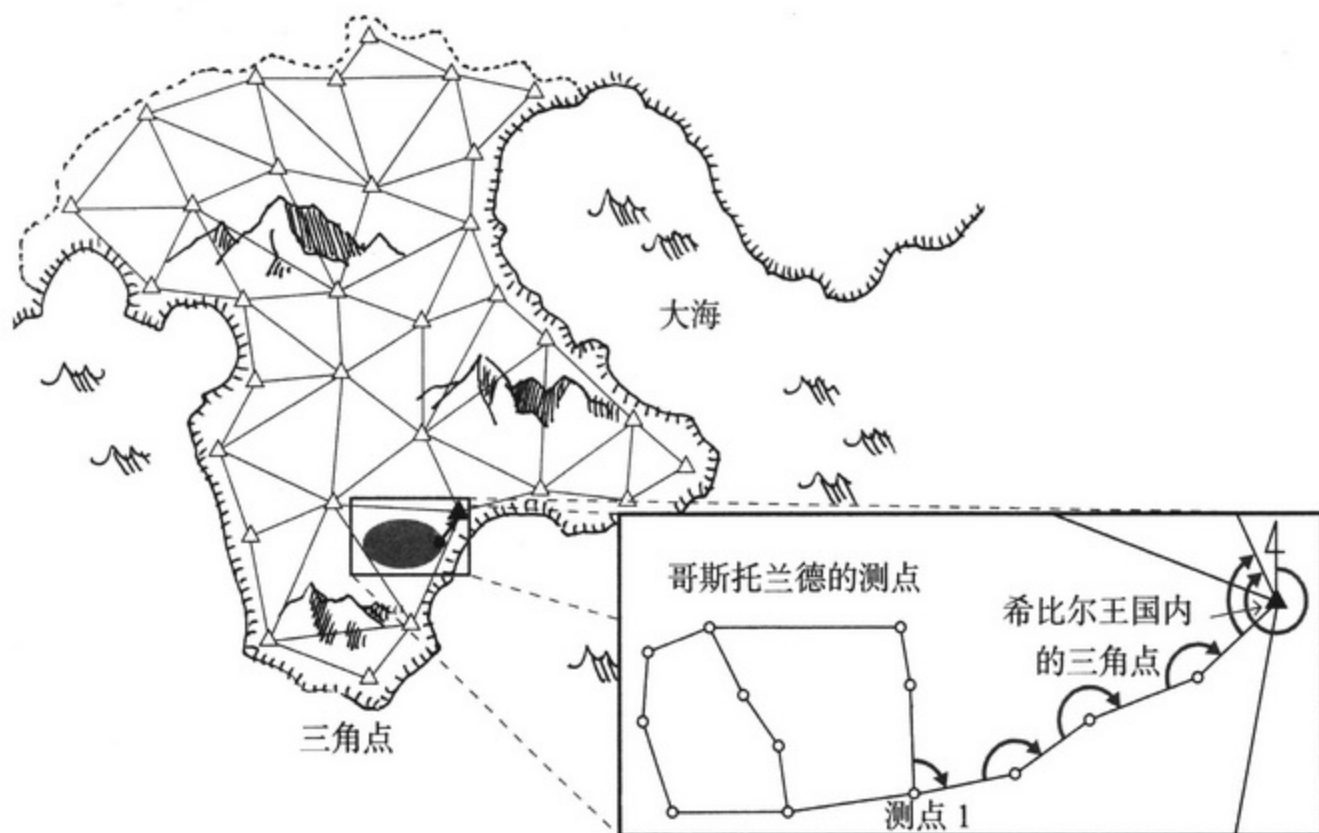


图3.36 连接三角点坐标的组合局部测量路径

根据三角点的坐标计算得到了测点 1 在三角点坐标系里的坐标值, 就可以计算出测点 2 到测点 8 的坐标值了。例如, 如图 3.36, 最近的三角点与测点 1 形成组合局部路径, 进行测量, 测点 1 在三角点坐标系中的坐标值为 ( $x: 32156.232, y: 6856.564$ ), 然后根据之前的闭合局部路径测量得到的纬距和经距 (表 3.20), 计算其他点在三角点坐标系中的坐标值, 如表 3.21 所示。

表3.20 纬距与经距 (测量区域范围内)

测 点	纬距变换 ( $x$ 坐标)	经距变换 ( $y$ 坐标)
1	300.000	300.000
2	384.232	297.475
3	451.594	286.176
4	452.137	116.667
5	452.104	51.418
6	363.139	48.317
7	280.515	75.842
8	281.222	181.482

表3.21 纬距与经距 (三角点坐标系)

测 点	纬距变换 ( $x$ 坐标)	经距变换 ( $y$ 坐标)
1	32156.233	6856.564
2	32240.465	6854.039
3	32307.827	6842.740
4	32308.370	6673.231
5	32281.337	6607.982
6	32219.372	6604.881
7	32136.748	6632.406
8	32137.455	6738.046

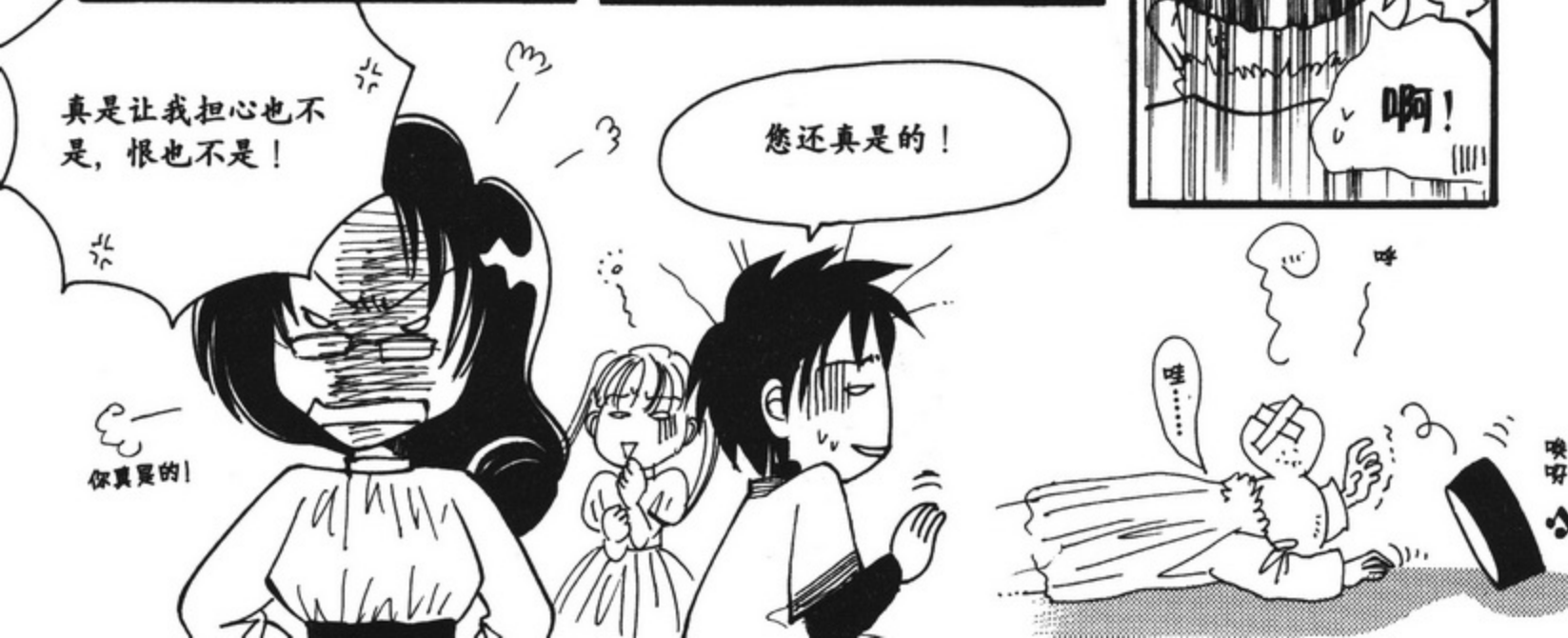


# 第4章

# 平板测量



# 1. 平板测量的概念

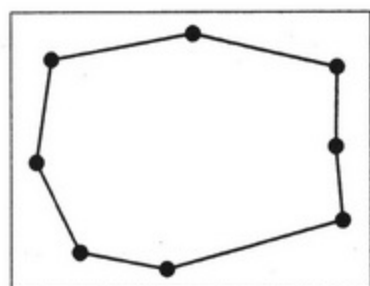


## 平板测量的目的

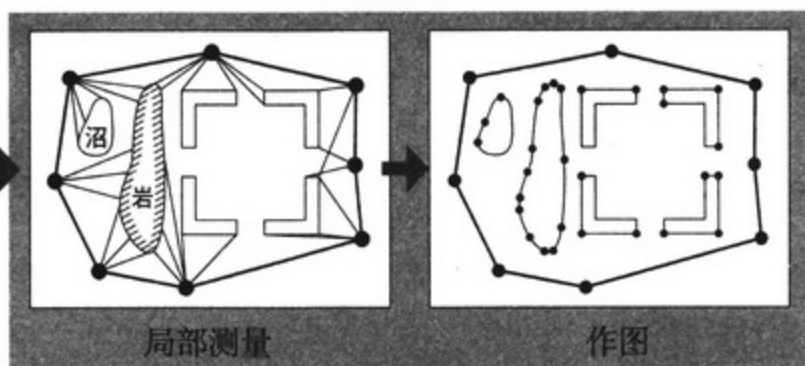
今天的讲课内容是在路径测量的测点的基础上，详细测量区域内的树木、岩石和其他物体的地理位置和地形，然后制作平面图。

这个叫做局部测量。

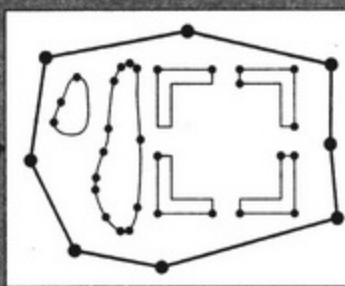
平板测量



路径测量



局部测量



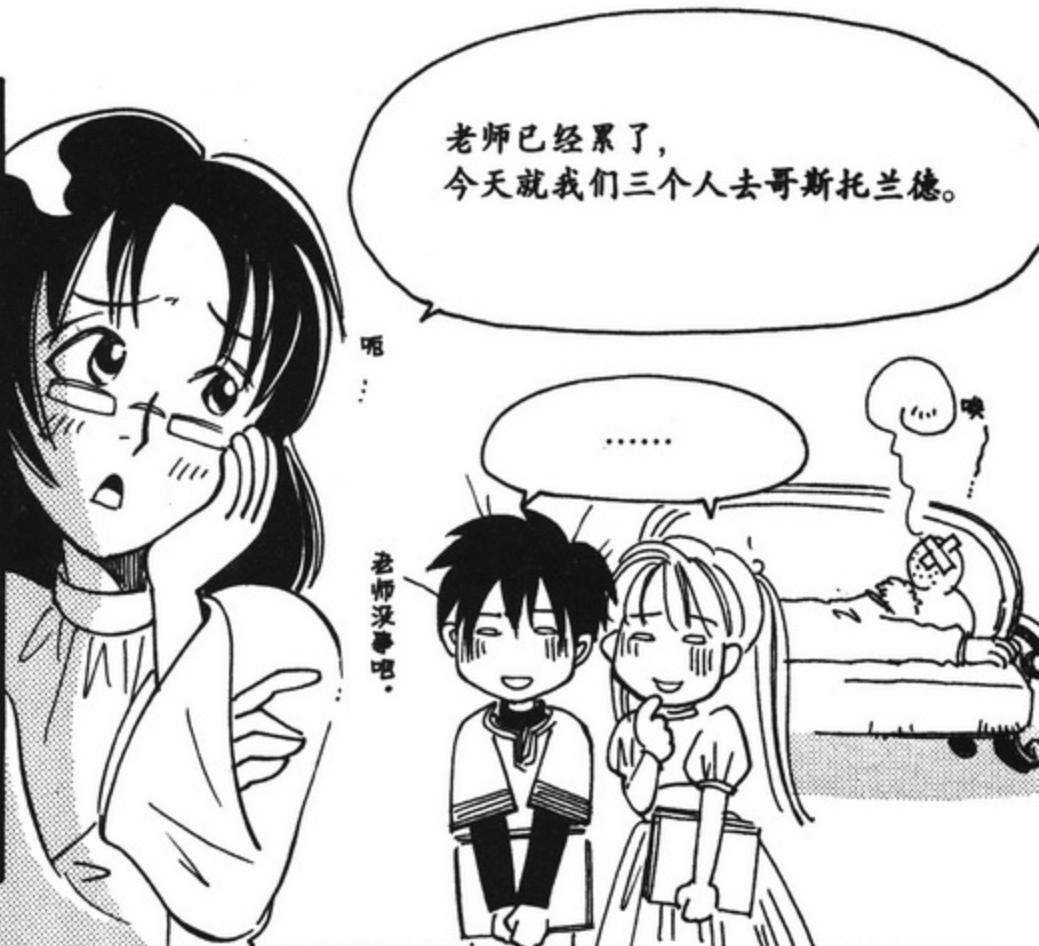
作图

还是素描吗？

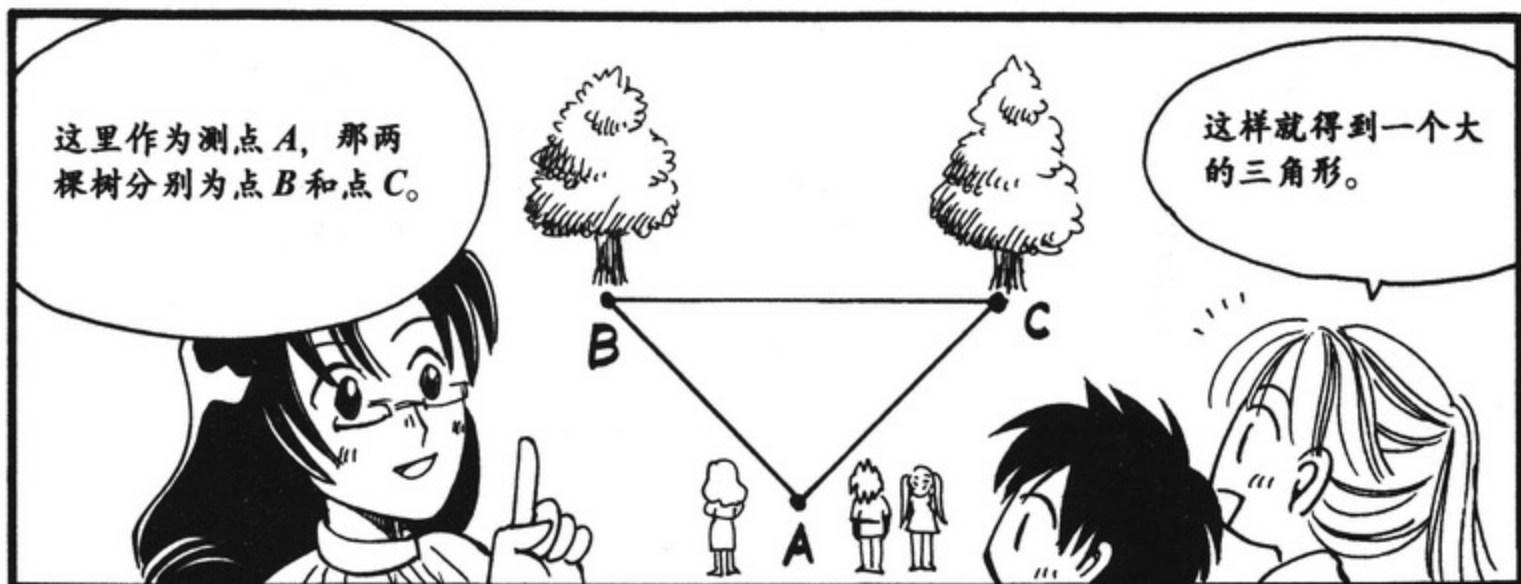
不是素描，将地面物体离测点的距离按照一定的比例缩小，然后画在平面图上。

将测点周围的物体和地形变化按照一定比例缩小画在图上，这个测量称为平板测量。

我先收拾一下，你等一下啊！

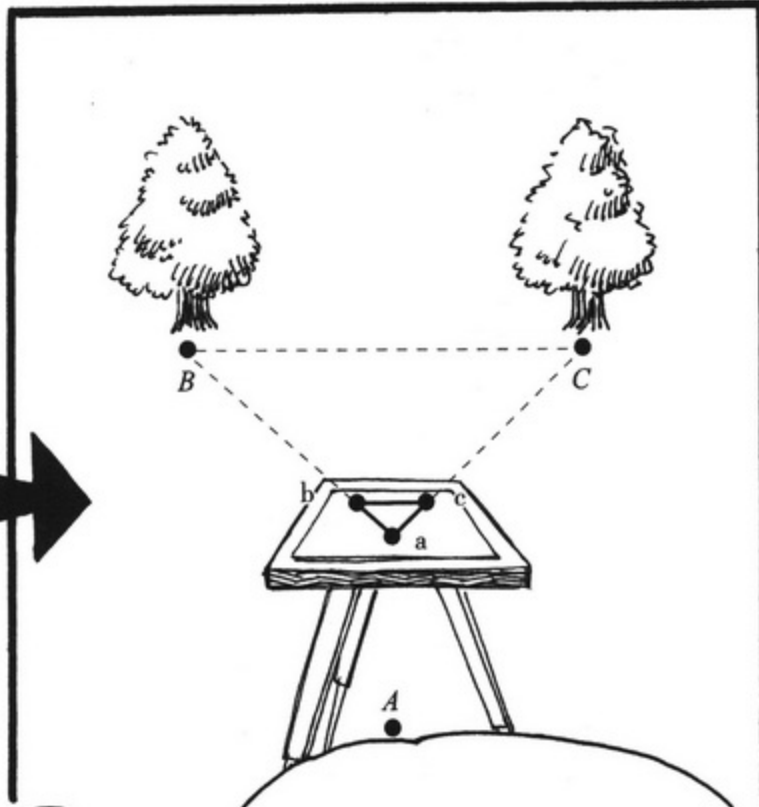
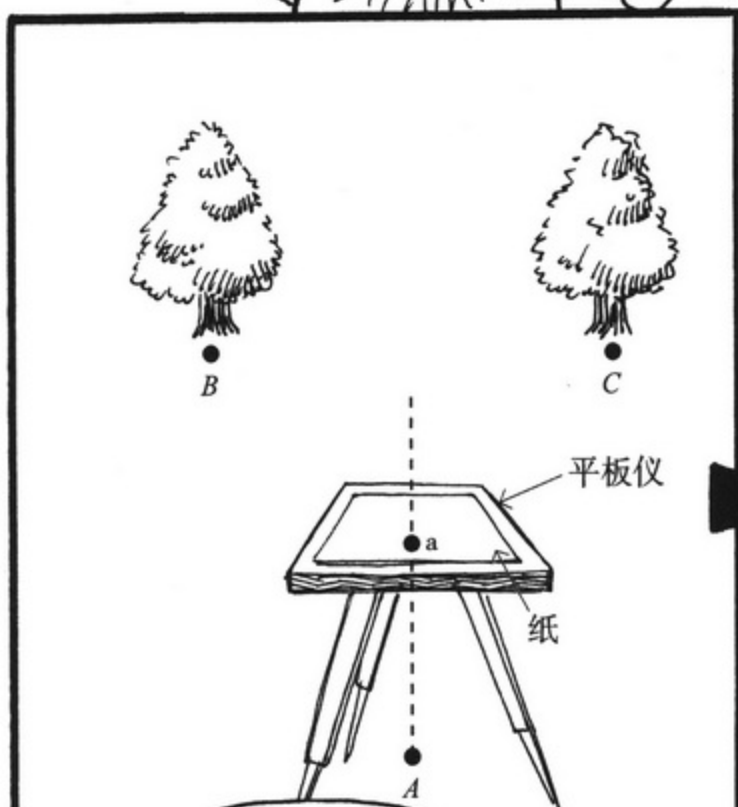


### 平板测量的原理





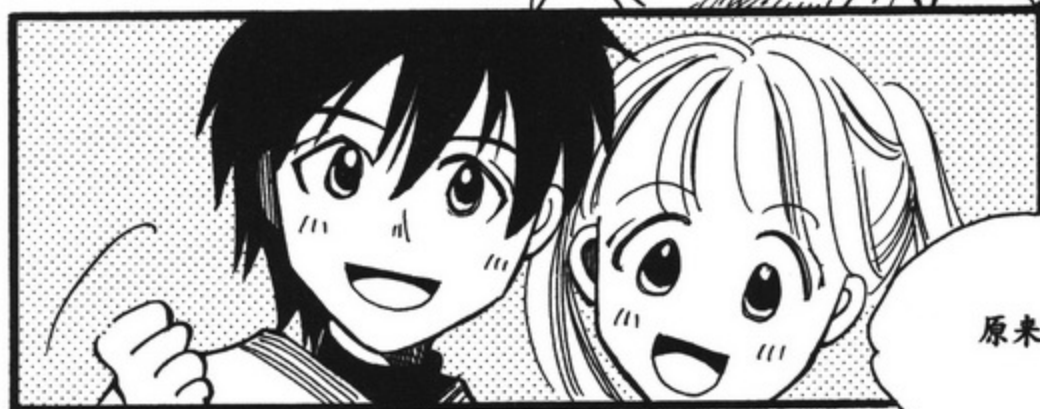
平板测量就是做这个三角形的缩小图。



首先布置一个平板，然后在平板上做地上的点A所对应的点a。

以这个点a为原点，测量它到点B和点C的方向和距离，然后按照比例缩小，画在图上。

按照一定比例缩小实际位置，根据现在这个缩小图上的位置关系，就能再现实际位置关系。

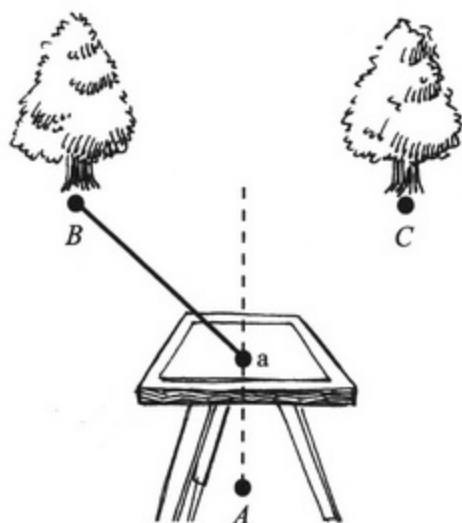


原来如此啊！



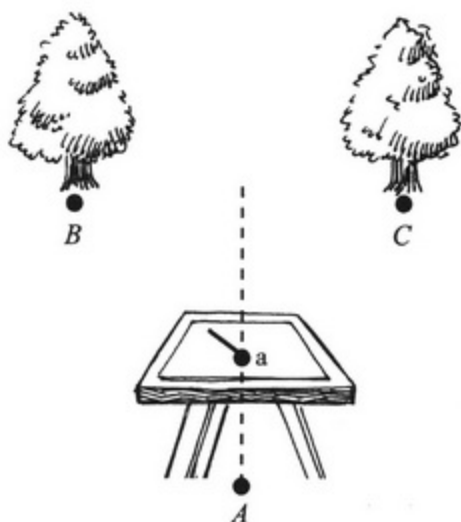
织香：现在来总结一下。先测量原点到树木的实际距离，然后按照 1/100 的缩小比例画在图上。

### 步骤1



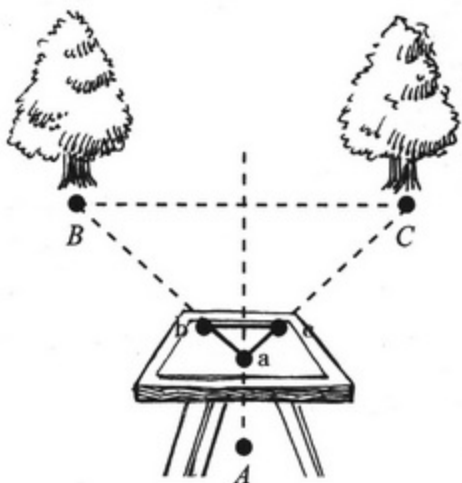
连接点 A 和点 B，  
直线 AB 的长度为 15m。

### 步骤2



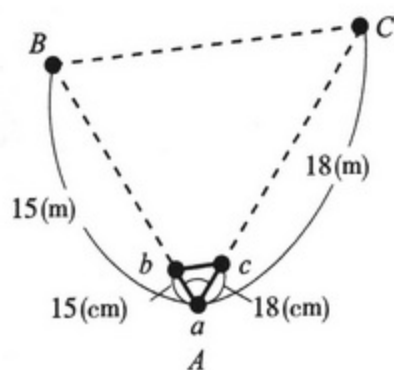
直线 AB 长度为 15m。它的 1/100 是 15cm，在平板上画出来。

### 步骤3



同样，做连接点 A 和点 C 之间的直线 AC，  
测量得到它们之间的距离为 18m。将它按照 AB 相同的缩小比例缩小，得到在平板上的直线距离为 18cm。

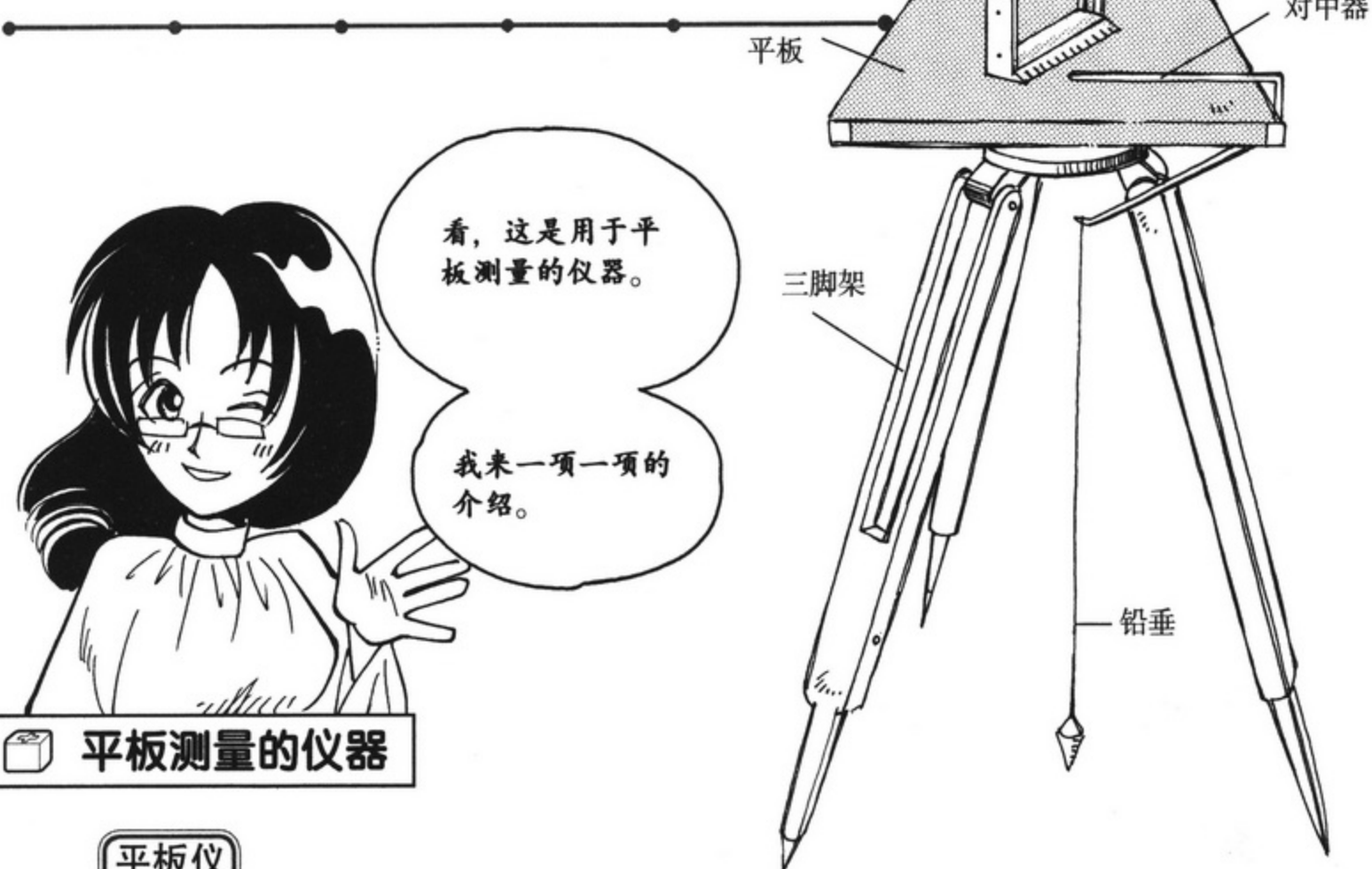
### 相似三角形的概念



来看看这个三角形。①  $\triangle abc$  与  $\triangle ABC$  共用一个角。②  $\triangle abc$  与  $\triangle ABC$  共用角的两条边缩小比例相同。因此得到  $\triangle abc$  与  $\triangle ABC$  是相似三角形。

图4.1 平板测量的原理

## 2. 平板测量所使用的仪器



织香：这个是平板仪，三脚上面用于固定图纸，画平面图的板子。



伊扎克：看着像普通的板子，随便找个板子就可以了吧？



织香：虽然这个平板仪看着与普通的板子没有什么区别，但是实际上它的表面是用于正确做平面图的特殊的板子。

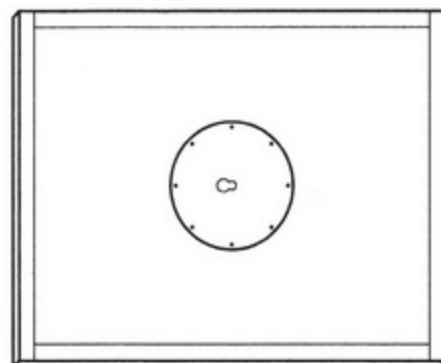
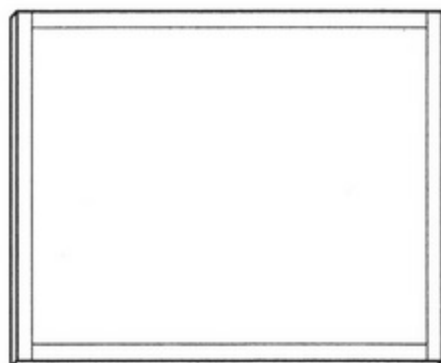


图4.2 侧板的表面（左）和内部（右）

## 三脚架



织 香：支撑平板的是三脚架。

在这里有调平螺母，调节这些螺母，能使平板处于水平状态，操作方法与经纬仪的调平螺母一样。

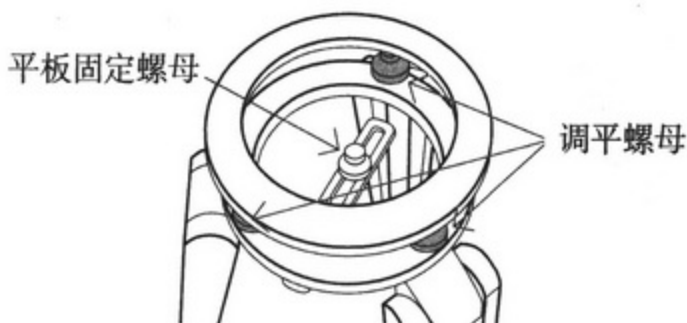


图4.3 三脚架

## 照准仪



织 香：这个是照准仪，用于画从测点到地面目标物体的方向线的仪器。

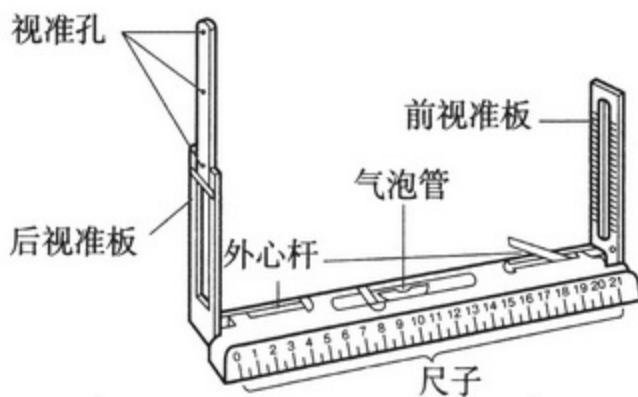


图4.4 照准仪



织 香：从后视准板上的视准孔观察，使前视准板上的线与测量对象重合。这时沿着照准仪上的尺子画线，这条线就是测点到目标物体的方向线。如果地面目标的视准相对于平板上是向上倾斜的，那么就用下面的视准孔，如果需要俯瞰时，就用上面的视准孔。



也就是将后视准板上移。而且，这个缩小的尺子是与其他尺寸的缩小比例是一致的。

## 铅垂与对中器



织香：铅垂与对中器用于设置平面时，使地上的点与平板上的点竖直重合的。



克拉拉：这个与设置经纬仪是相同的。



织香：与经纬仪的对中操作和目的都是相同的。铅垂和对中器的使用方法在后面会详细介绍，在此就先记住仪器的名称吧。



伊扎克：是！

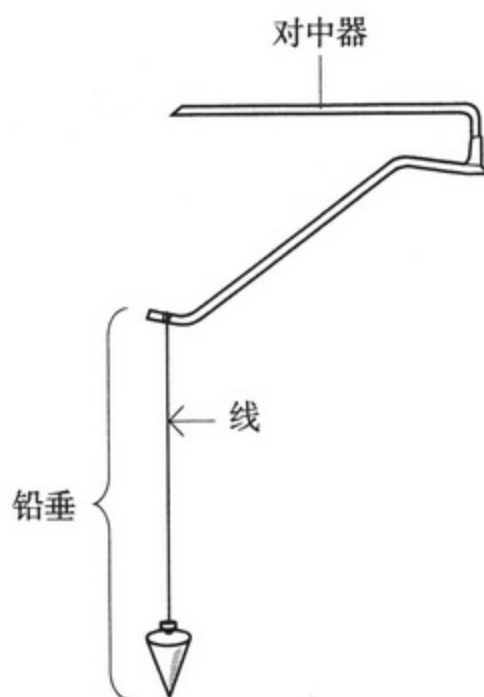


图4.5 铅垂与对中器

### 3. 平板仪的标定作业



#### 标定作业的注意点

- 注意点1** 调平——将平板仪设置为水平状态。
- 注意点2** 对中——使平板仪上的测点与地面上的测点处于同一铅垂线上。
- 注意点3** 定位——使平板仪上的测线方向与地面上的测线方向一致。

## 注意点1: 调平

那么, 首先我们来调平, 使  
平板仪处于水平状态。

在这里

照准仪也有气泡管。

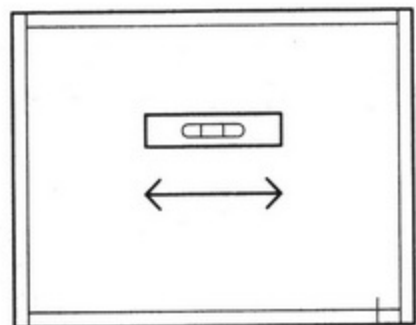
通过观察气泡管的状态来确  
认平板是否处于水平状态。

如果处于水平状态了, 气  
泡管就不会倾斜了。

照准仪放在平板仪  
上, 可以处于不同  
的纵横位置。

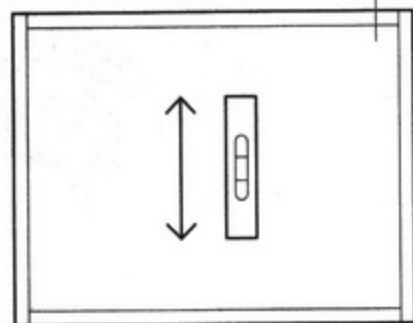
为了使气泡处于中  
心位置, 可以调节  
三脚架上的螺母,  
从而使平板仪处于  
水平状态。

对!



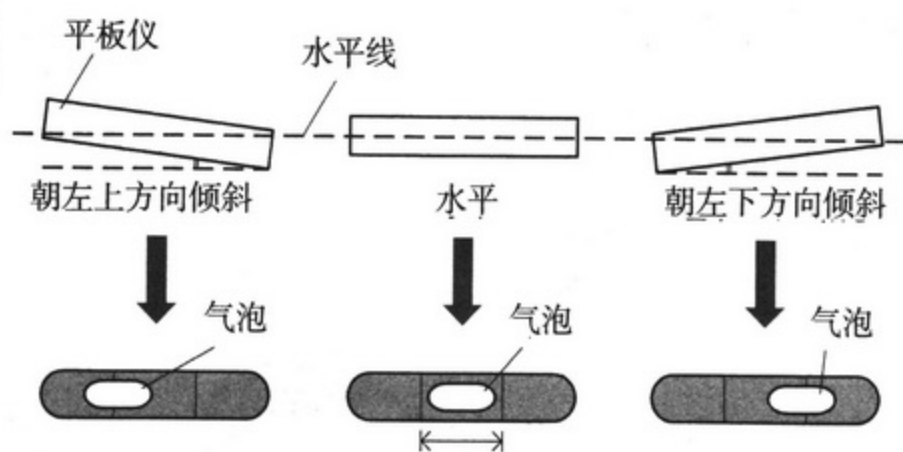
照准仪横向放置

平板仪



照准仪纵向放置

气泡如果在左边，则平板仪是朝右倾斜，如果气泡在右边，则平板仪是朝左倾斜。



如果气泡位于两条线之间，那么表示平板仪处于水平状态了。

### 注意点2：对中

使平板仪处于水平状态后，使用铅垂和对中器，

让平板仪上的点与地上的点处于同一铅垂线上，实现对中。

测点中心的位置要求与图上测点1的位置重合。

这样就行了啊！



## 对中误差的计算方法



织香：即使铅垂与测点（中心）处于同一条铅垂线上，还是会存在很小的错位（对中误差）的（图 4.6）。对中误差的允许范围  $e$  的计算公式为：

$$e = \frac{q \times m}{2}$$

$q$ ：图上误差。用铅笔画的线的粗细程度，也就是铅芯的粗细（0.2mm）

$m$ ：图形缩小比例的分母数  $\frac{1}{m}$ （如果比例是  $\frac{1}{100}$  那么  $m$  就是 100）



织香：例如，图形的缩小比例是 1/100，那么，上面式子的  $q$  为铅芯的大小 0.2mm， $m$  为比例的分母数 100，代入公式得到：

$$e = \frac{0.2 \times 100}{2} = 10(\text{mm})$$

计算结果的误差范围为 10mm，也就是铅笔芯的粗细的一半，在地面上产生的错位大小。也就是说，对中误差在 10mm 以内，就没有问题了。

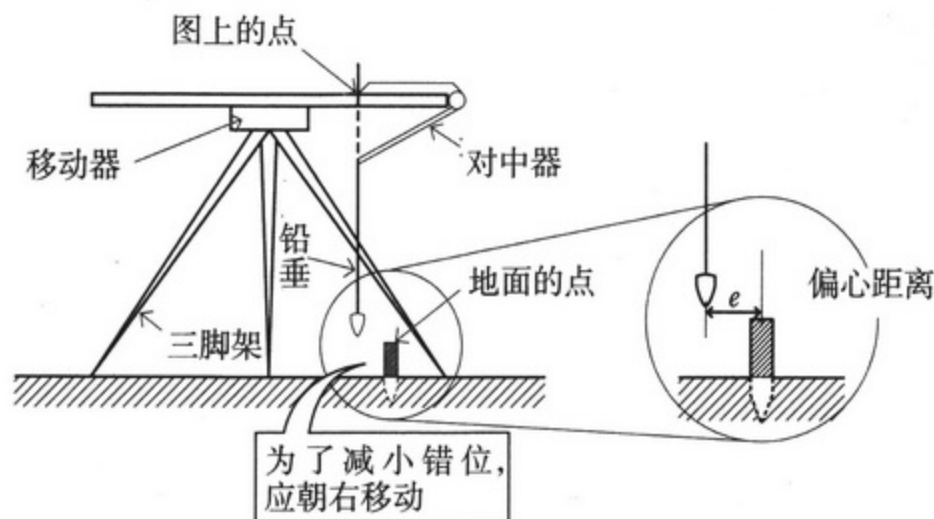


图4.6 对中误差

### 注意点3：定位



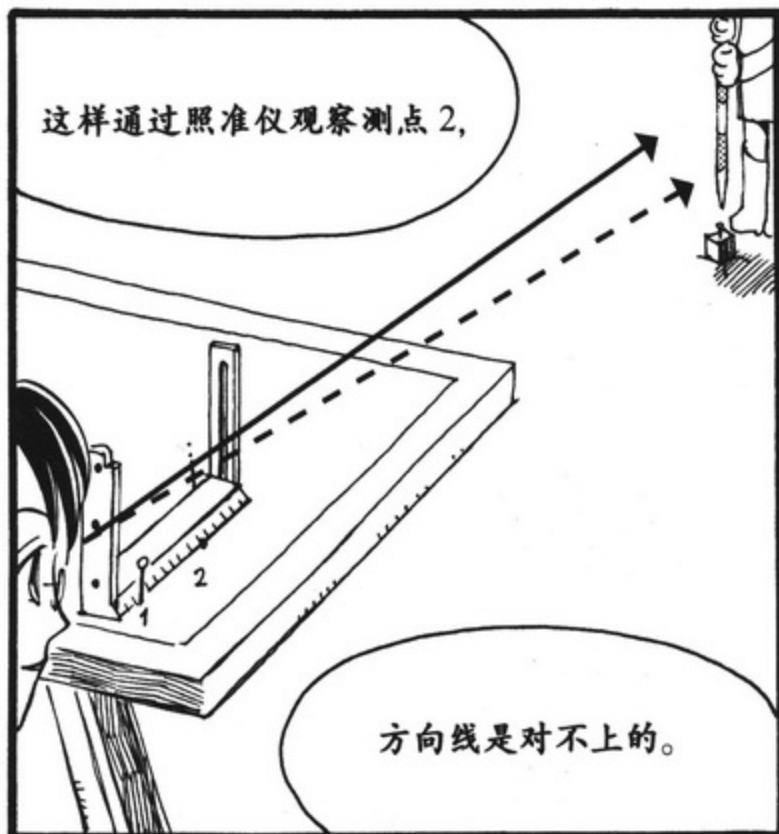
标定的最后的工作是定位。

定位是指使平板上的测线与地上的测线一致。

首先，图上有已知线，使照准仪沿着测线 1-2 放置。



这样通过照准仪观察测点 2，

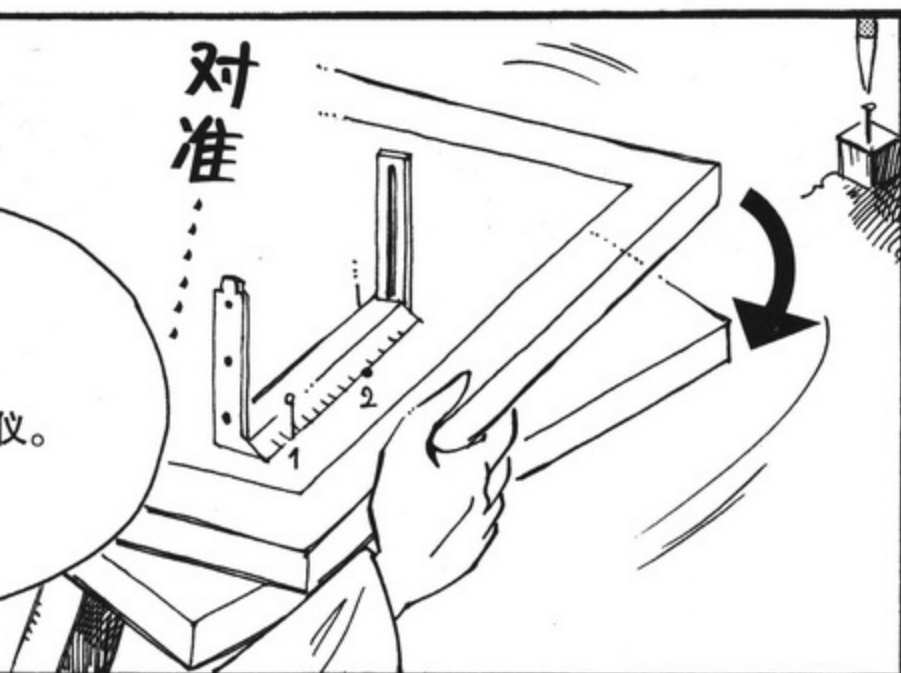


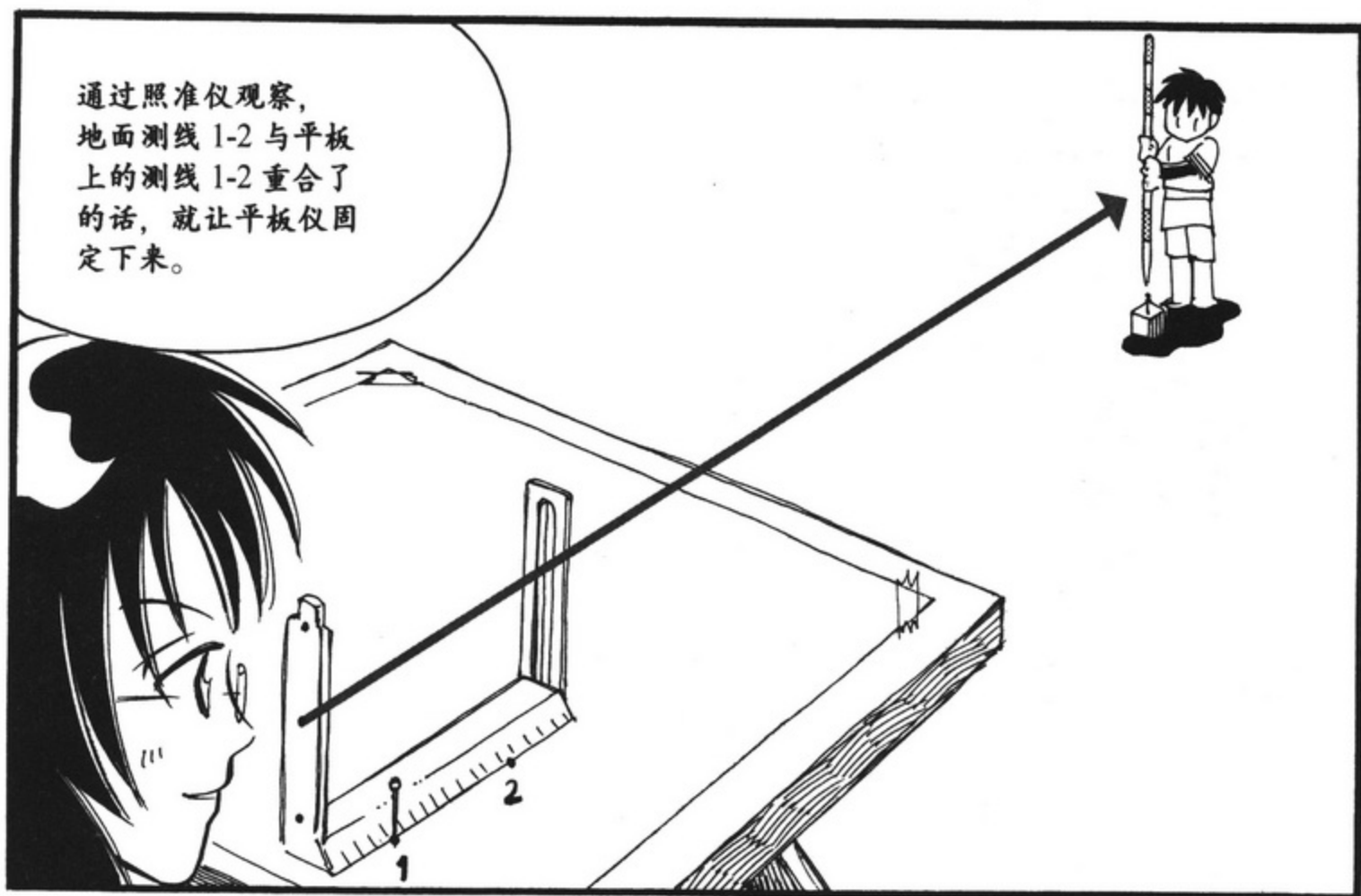
方向线是对不上的。

为了让平板上的测线与地面的测线一致，

照准仪固定不动，旋转平板仪。

**对准**







## 4. 局部测量的方法

### 放射法

标定工作完成后，接下来就是制作平面图了。

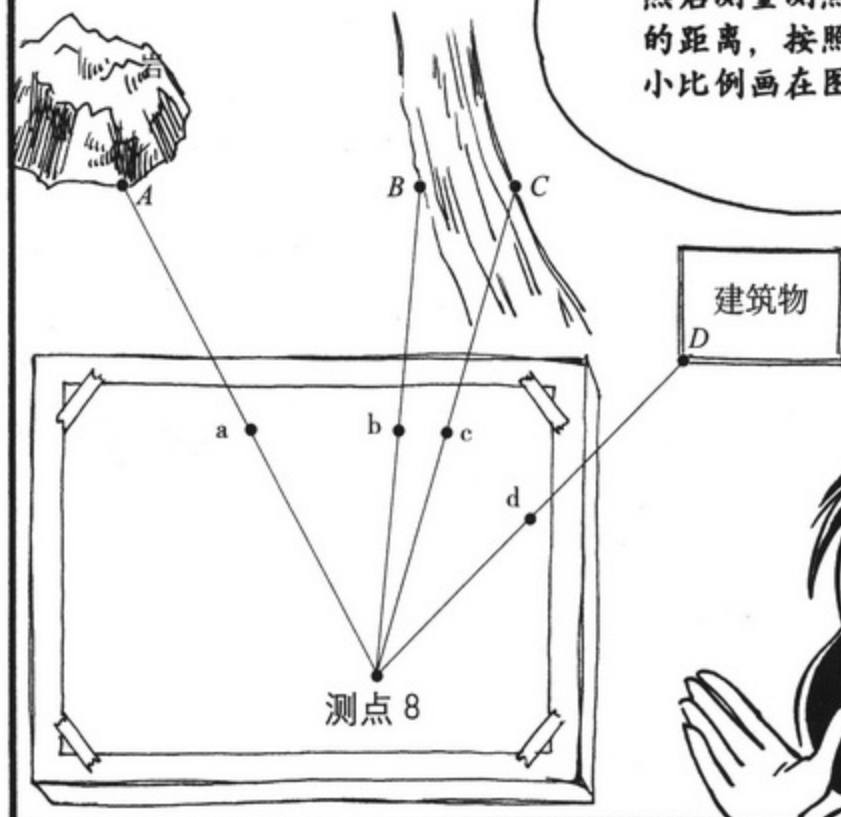
在局部测量中，按照放射状测量目标的方向和距离。

放射状？

从测点到周围的目标物，用照准仪画出它们的方向线。

然后测量测点到目标物的距离，按照一定的缩小比例画在图上。

这时，周围的目标物都是以测点为原点，呈放射状进行测量的，所以这种方法称为放射法。



测量地面附近的点。地面的目标物是竖直的，那么就对准目标物，如果目标物是倾斜的，那么在目标物的位置竖立一个杆子，然后对准那个杆子进行测量。

- ①从测点对准目标物
- ②从测点画到目标物的方向线
- ③测量测点到目标物的距离。然后以一定的缩小比例画在图上。

④画平板仪上的各点与测点之间的直线。

测点 1

在图上做出了目标物的点，然后将各目标点之间也连接起来。

书籍扫描：铜板+西瓜

不再用钢卷尺测距离了，  
而是用布制的尺子测量！



为什么呢？钢卷尺的精  
度不是更高吗？

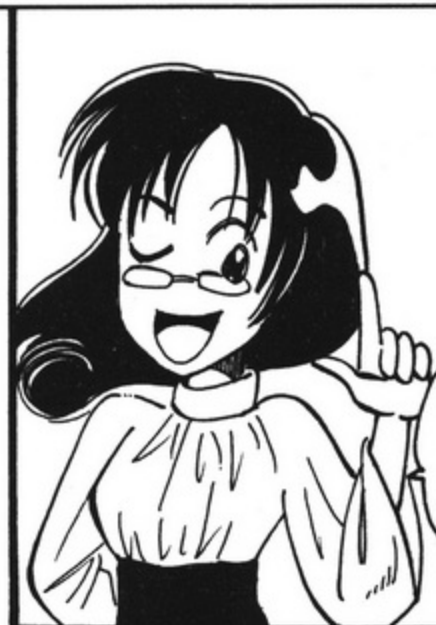
平板测量对于精度没有路  
径测量那么高，因此可以  
用布制的尺子，而且布尺  
子质量轻，携带方便。



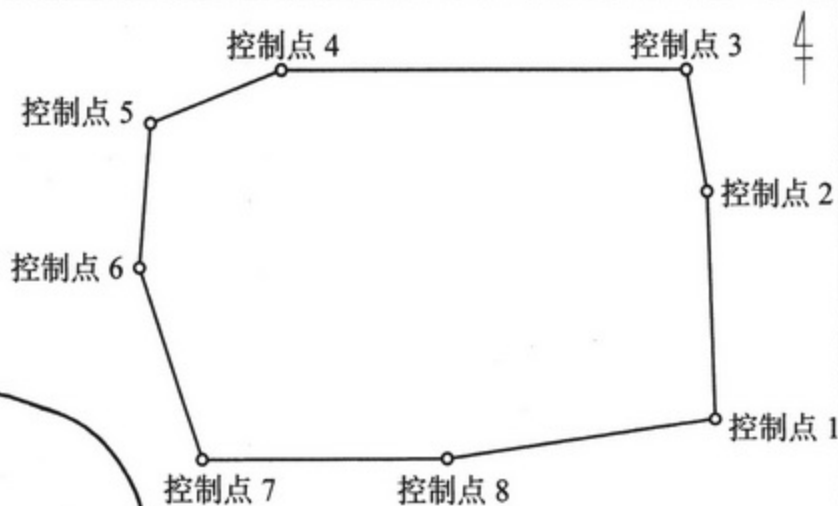
按照精度要求选择最  
适用的仪器呢！

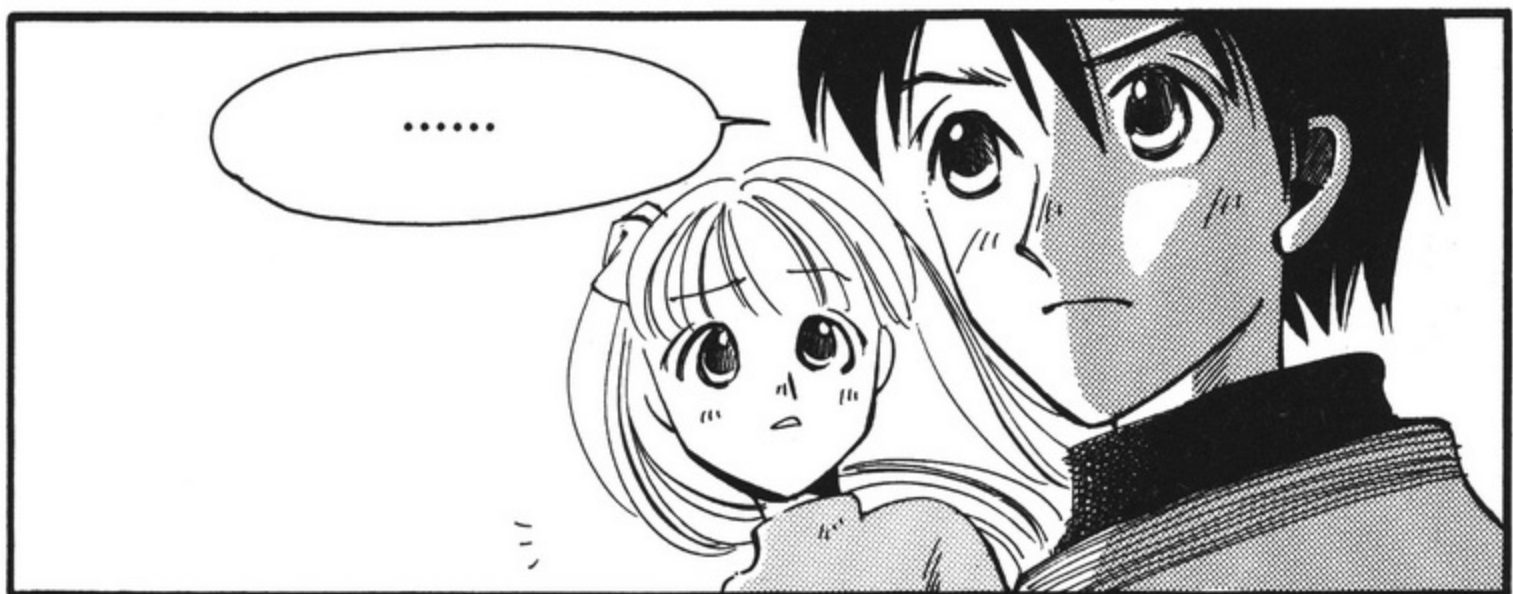
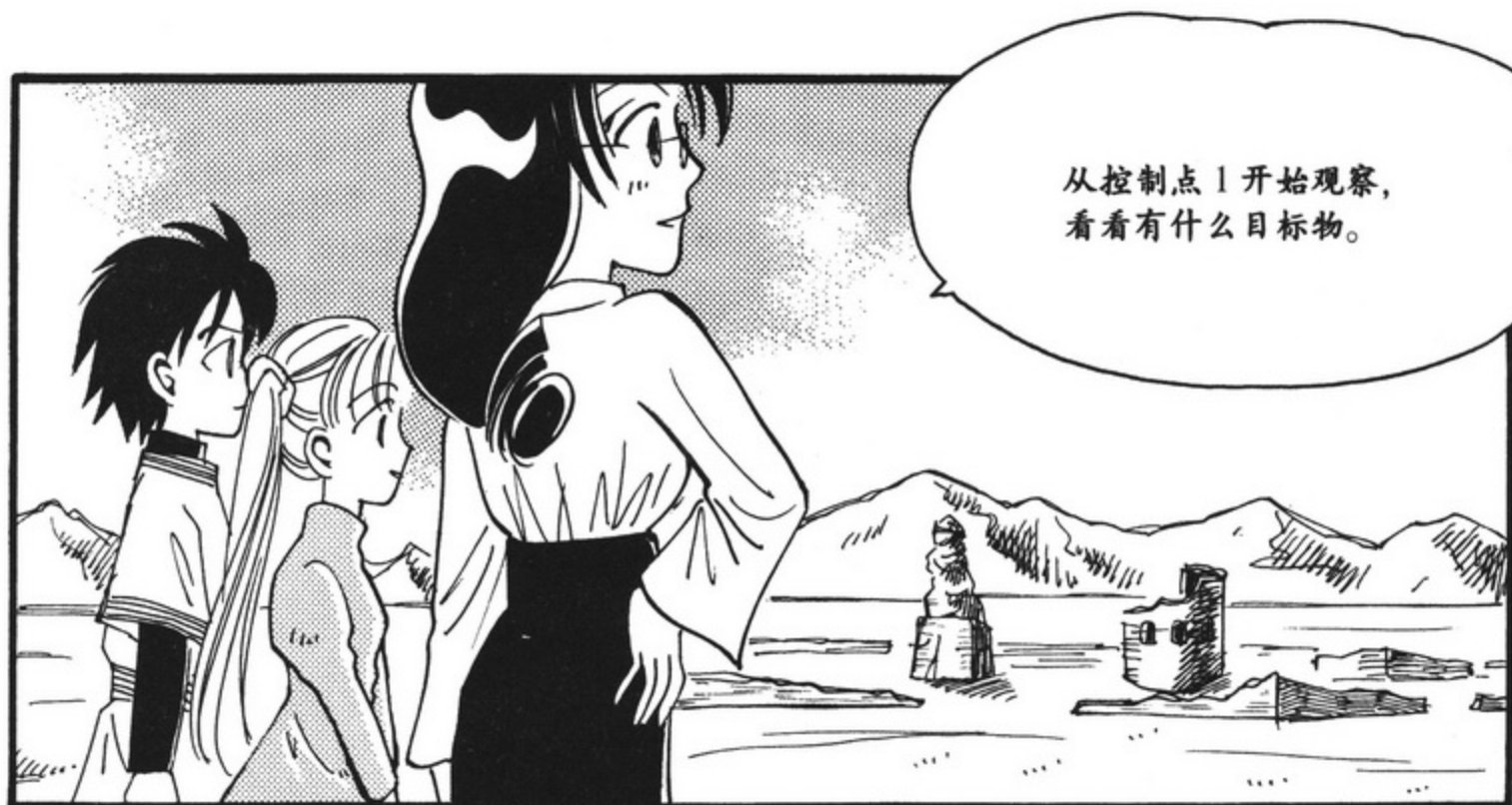


### 局部测量的实施

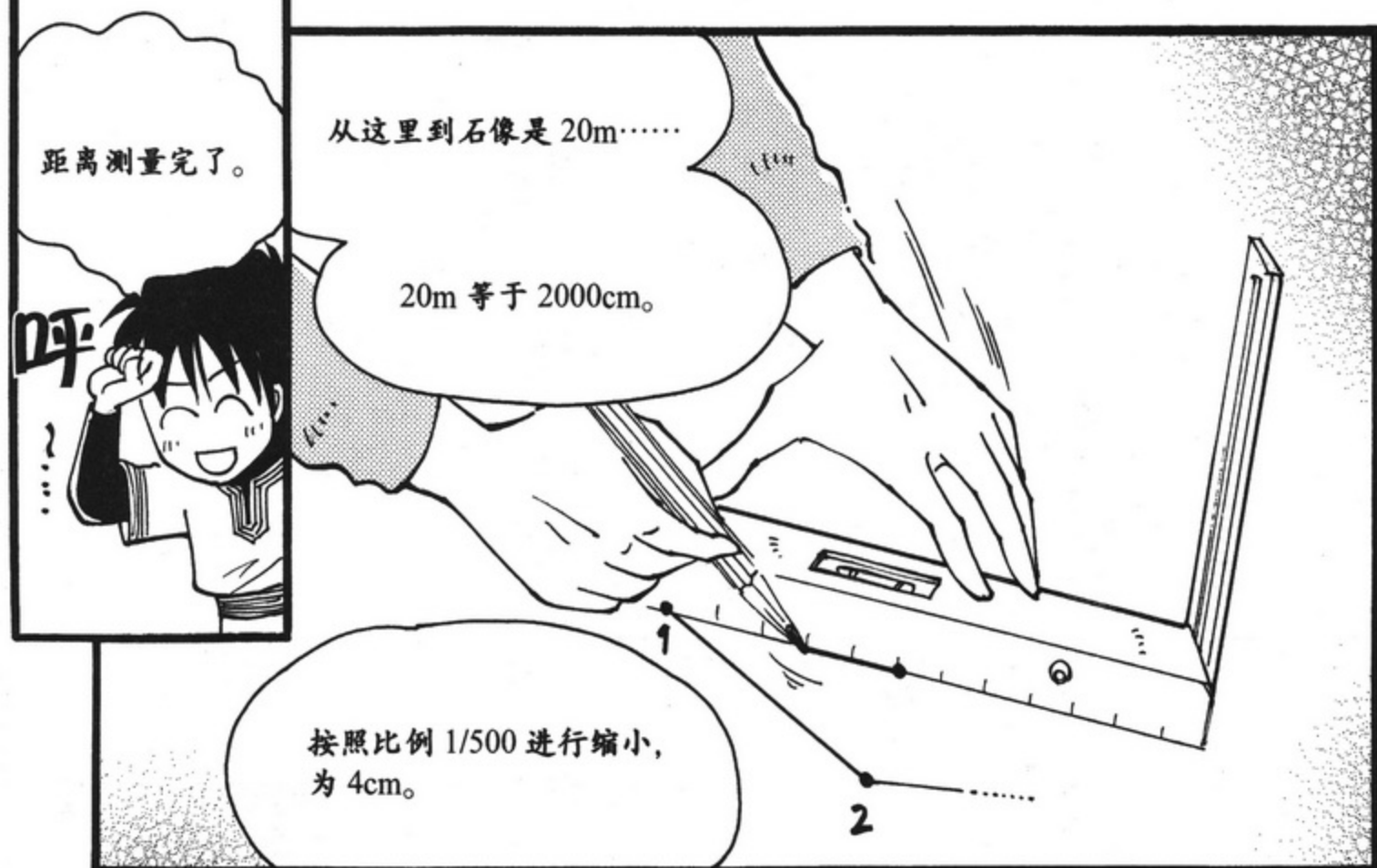


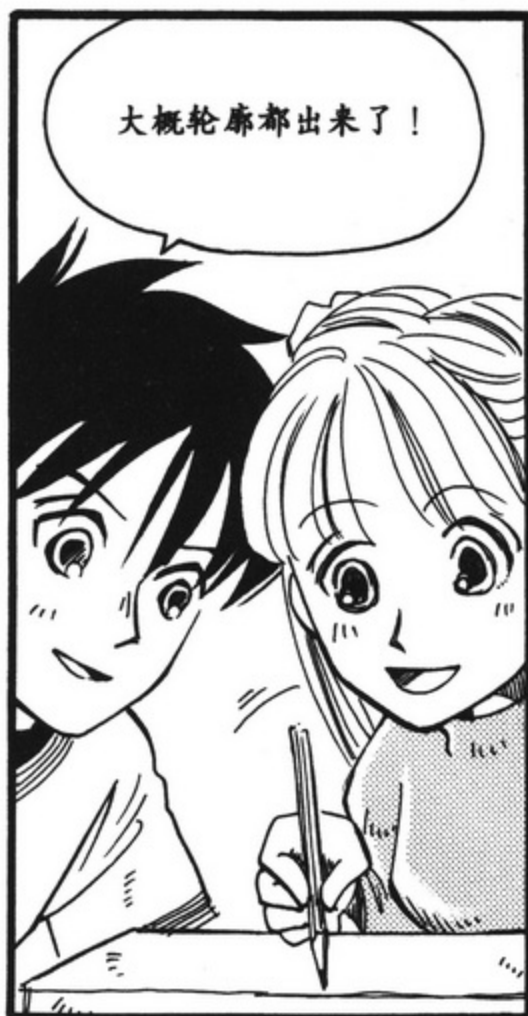
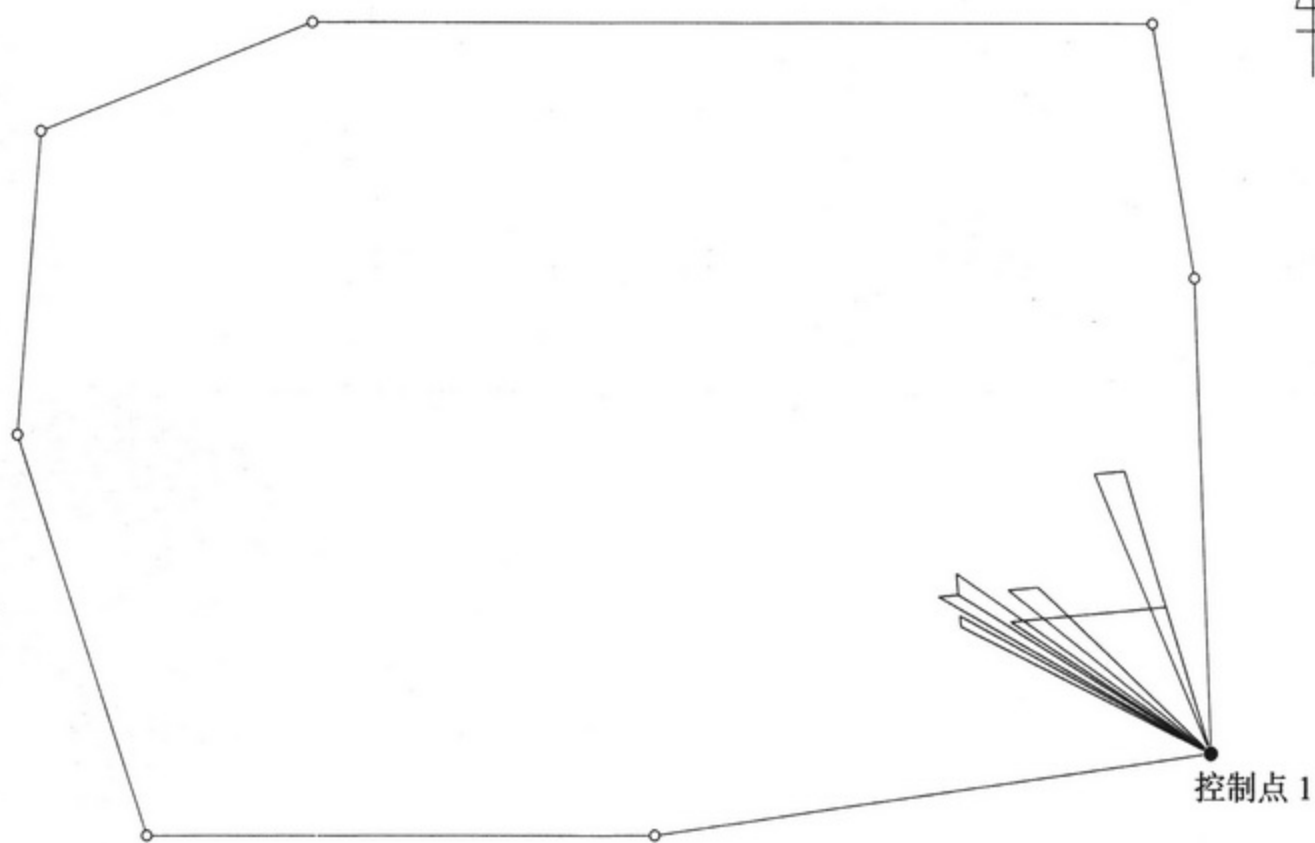
在局部测量中，基  
准点又叫做控制点。

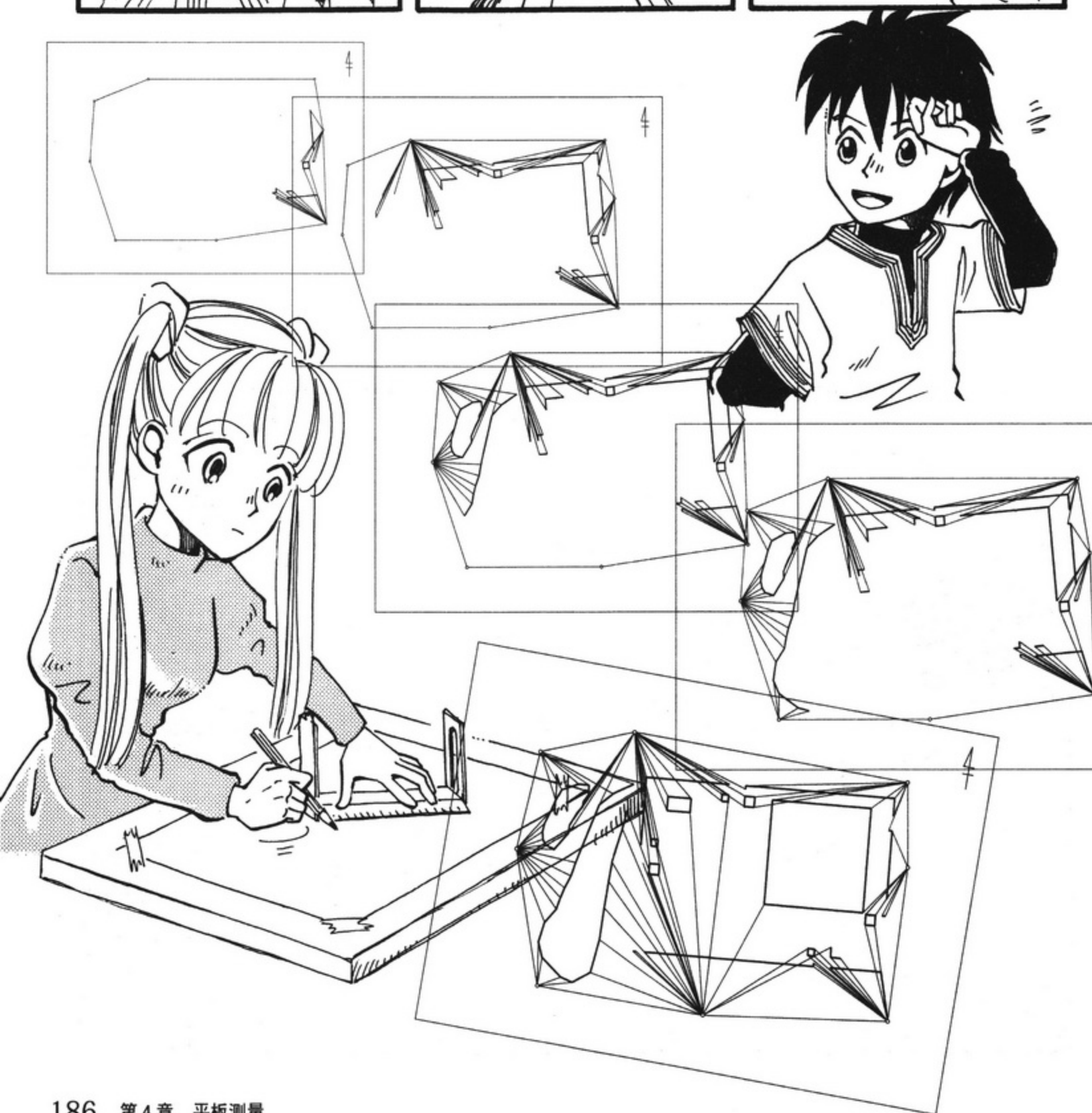
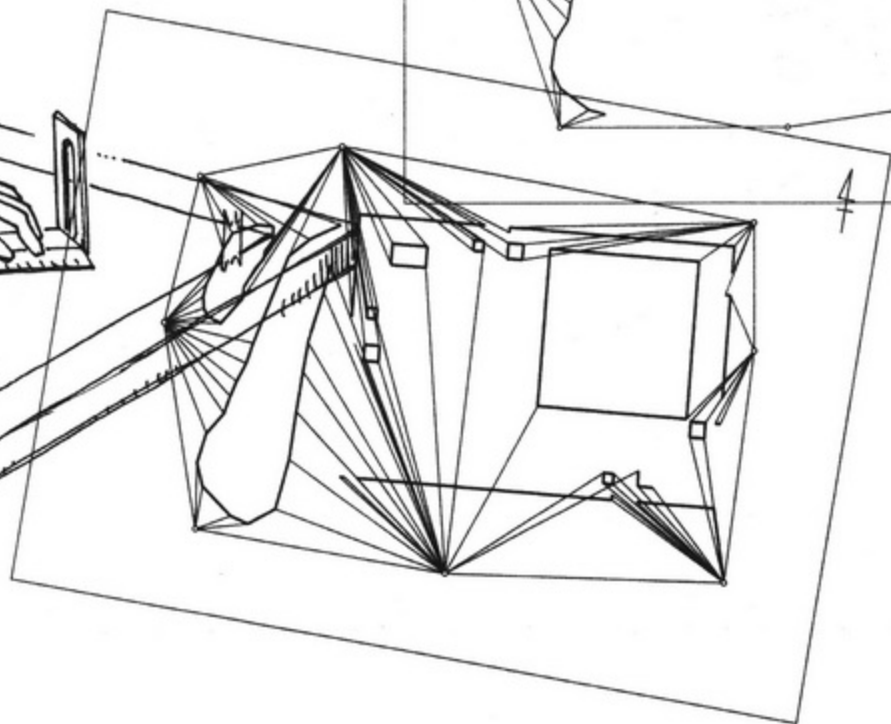
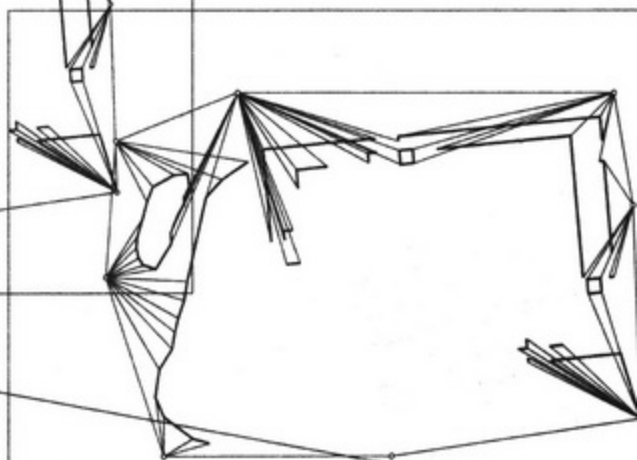
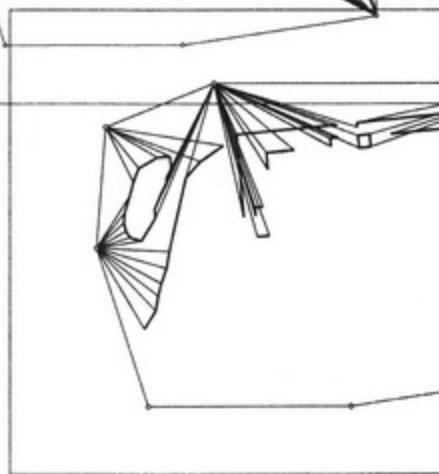
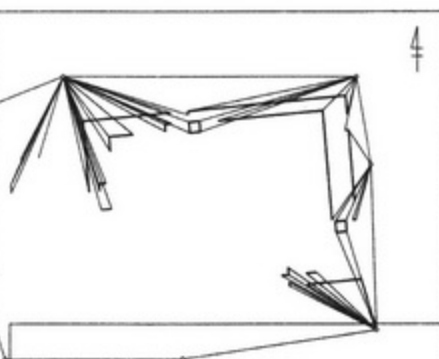
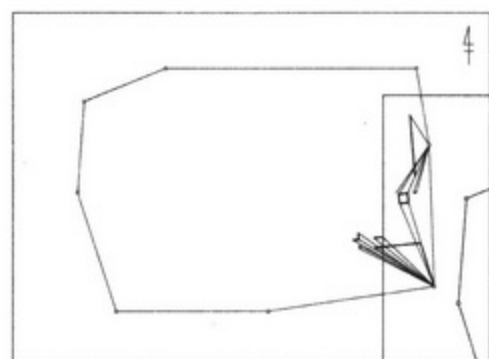




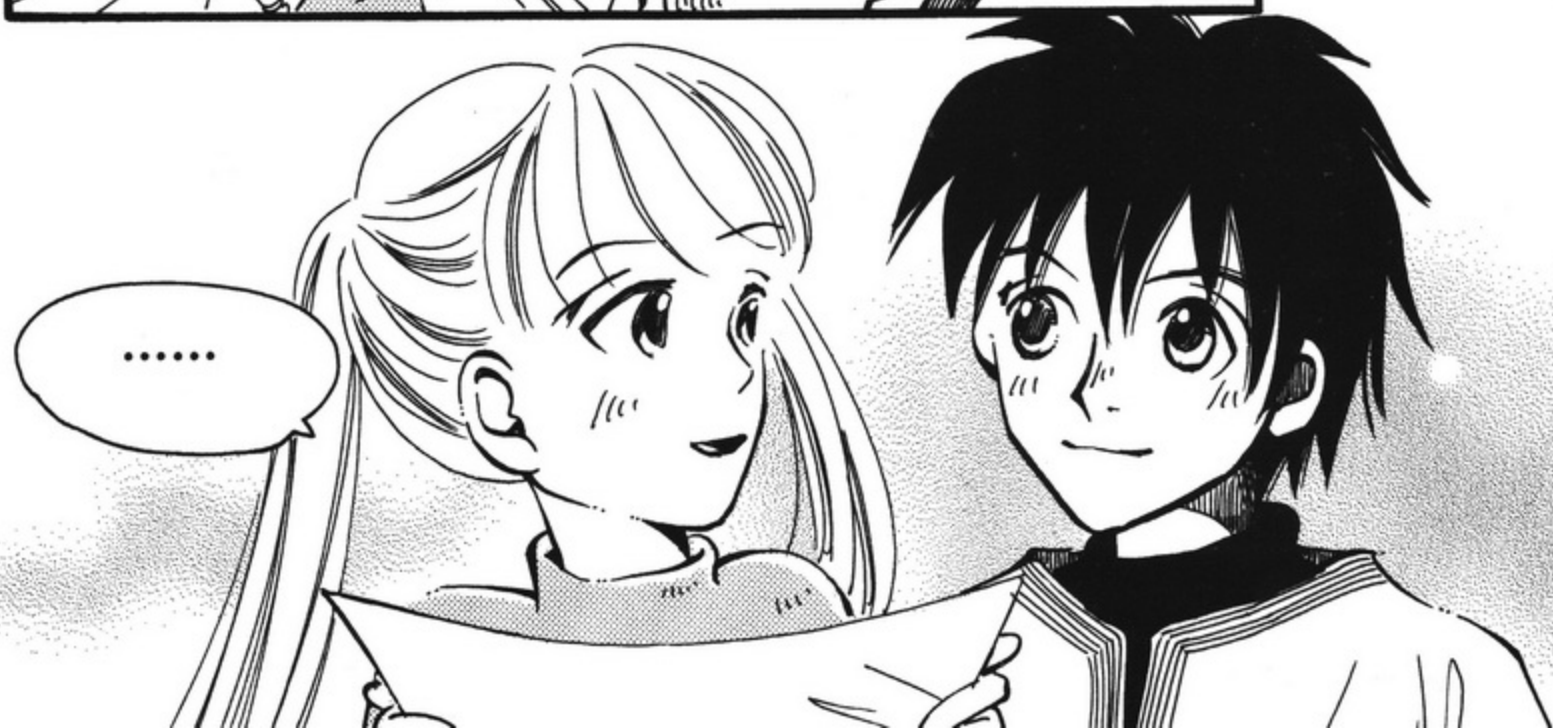
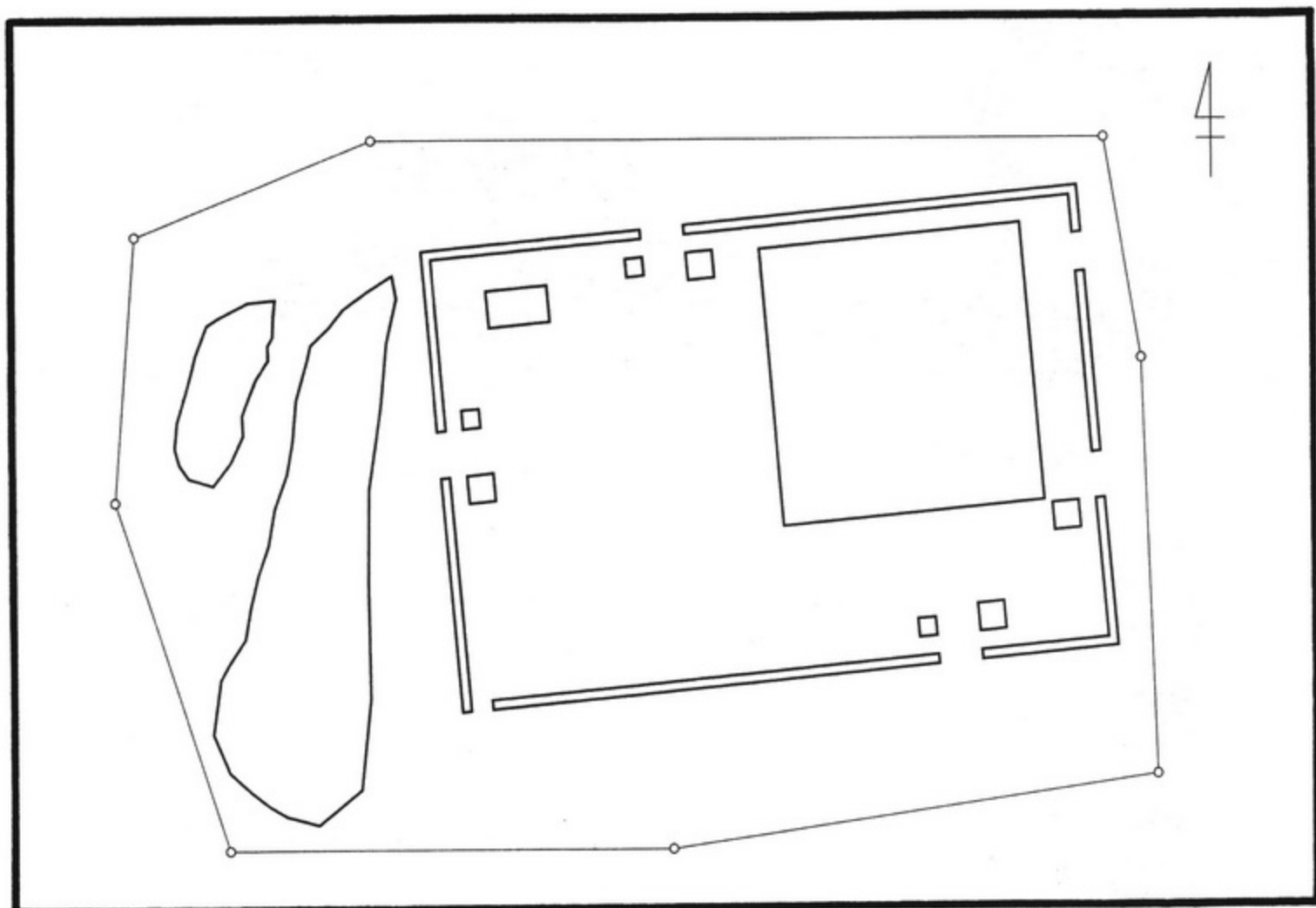














# 织香的 误差校正教室

## 平板测量中的误差



织香：与其他测量不一样，在平板测量中，不需要进行误差校正。



伊扎克：啊！为什么？



织香：平板测量是很简单的方法，与其他测量方法相比，它的误差容限比较大。



克拉拉：因此就不需要很高的精度了。



织香：还有，这也是由“图上的误差在 0.2mm 范围内”所决定的。用铅笔画的线的粗细为 0.2mm，因此只要误差在 0.2mm 以内，即使有错位，也不需要校正。



伊扎克：0.2mm……它到底是大还是小，很难感觉呢！



织香：单看数字也许觉得 0.2mm 很小，不过在图上，0.2mm 算是比较大的误差容限了。

如果缩小比例为 1/1000，那么 0.2mm 相当于 20cm 的实际长度，如果缩小比例是 1/10000，那么就相当于 2m 的实际长度了。这样的误差在其他测量方法中根本是不敢想象的（图 4.7）。

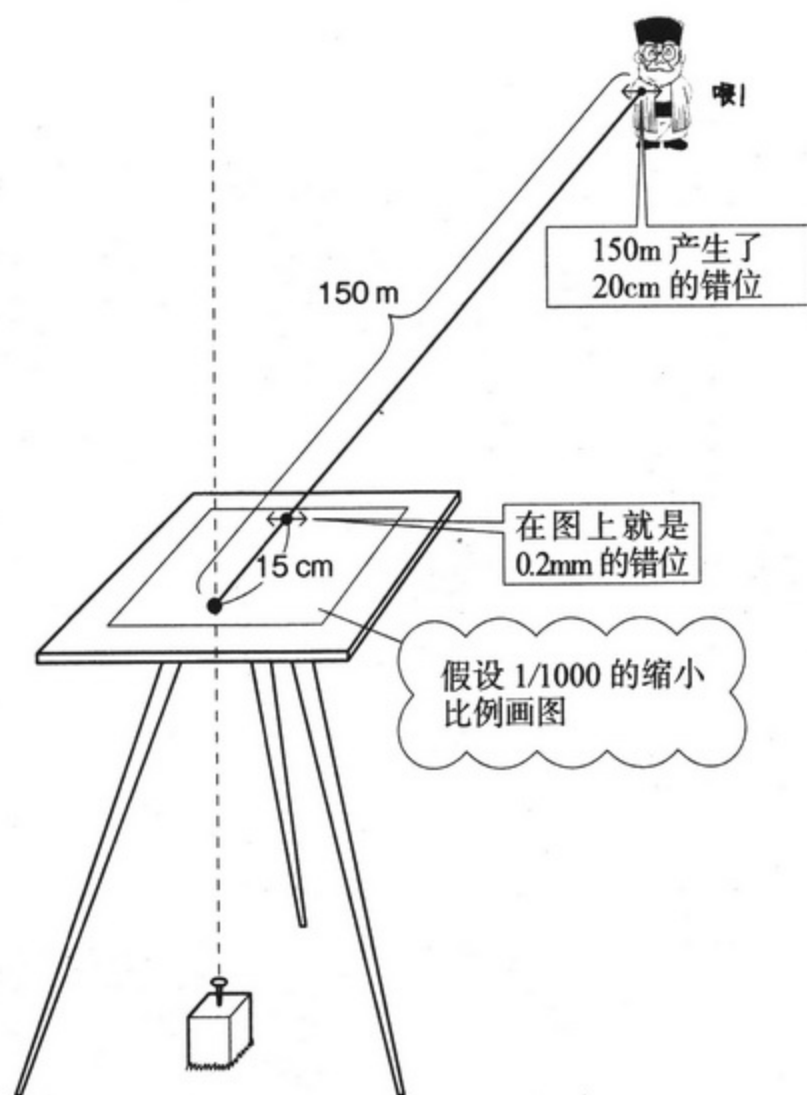


图4.7 平板测量的误差



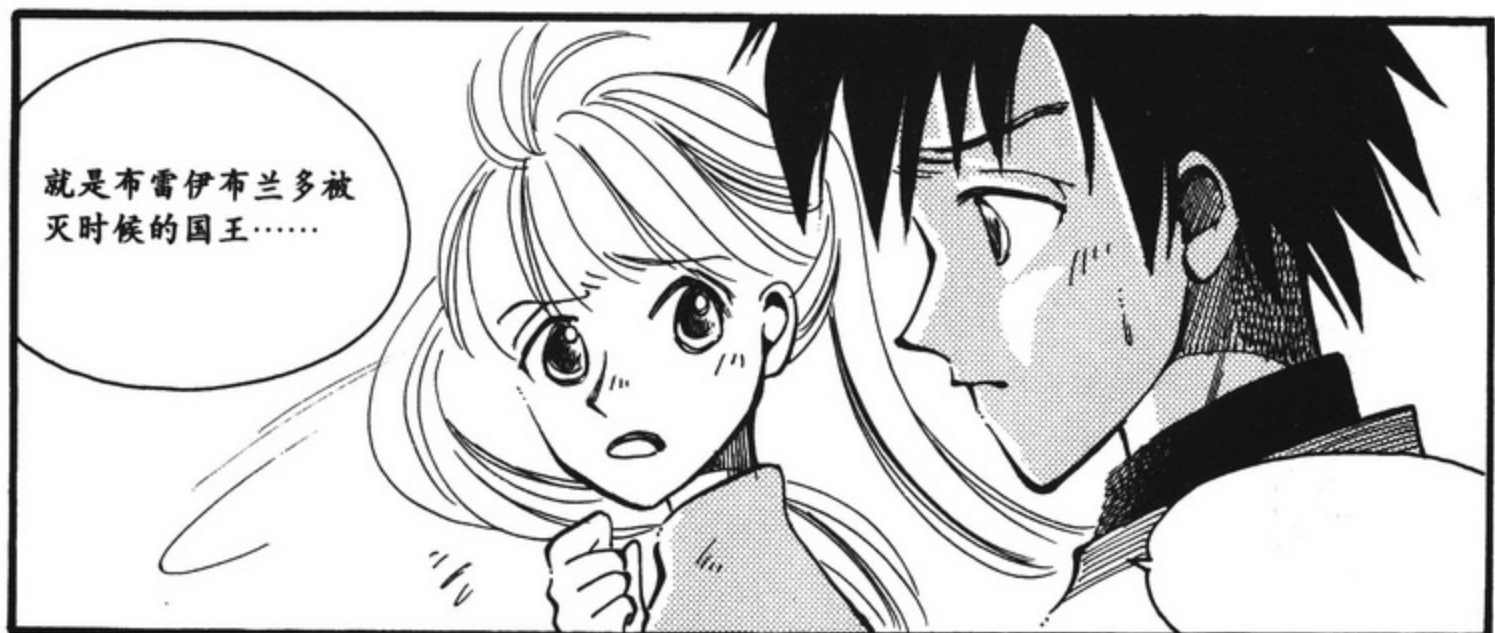
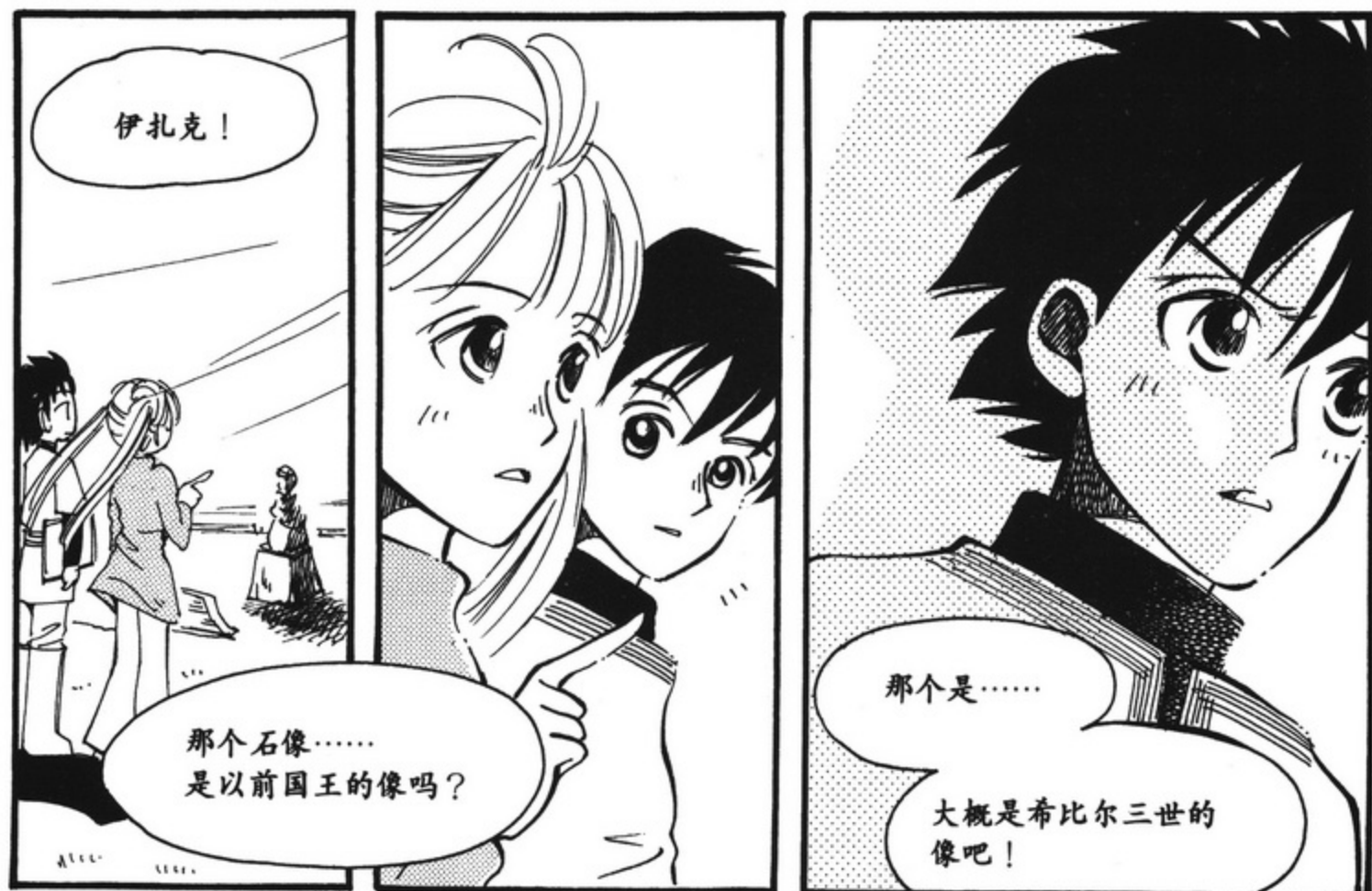
伊扎克：这样解释的话，就很容易理解了！



织香：不过，不能认为反正误差大，从一开始就不认真测量！



伊扎克：是！



不过……

虽然我还不肯肯定是什么时候……

我一定会建立起前所未有的强盛的国家。

唔唔

为了希比尔三世和历代的国王！

我们回去吧！



## 平板测量的种类：局部测量和框架测量

如图 4.8 所示，平板测量分为局部测量和框架测量两种。本章中，在哥斯托兰德的平板测量中采用了局部测量的放射法。在此我们将介绍框架测量。

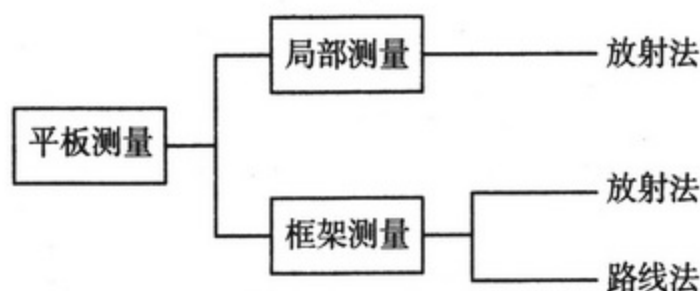


图4.8 平板测量的分类

在哥斯托兰德的平板测量中，利用了第 3 章中路径测量的路径点（在平板测量中称为控制点）。以路径测量中确定的测点为控制点，将测量结果以一定的缩小比例画在图上，在原来的图上添加上局部测量的结果，这是平板测量通常所采用的方法。

不过，如果没有控制点可以利用而需要进行平板测量，必须先在上图设置控制点。在上图设置控制点的平板测量叫做“框架测量”。框架测量中，通常假设局部测量的范围为半径 50m 的圆，在上图标出控制点的位置。这种在平板测量的图纸上设置控制点的方法有放射法和路线法。

### ■ 放射法

将平板放置在能看见所有控制点的位置，以这个点为基准，测量周围的控制点的方向线和距离，确定基准点位置的方法叫做放射法。采用放射法进行平板测量的步骤如下所示。

- ① 将平板放在能看见所有控制点的  $O$  点，对准点  $A$  (杆子  $A$ )，在图纸上画出  $O$  点到  $A$  的方向线。接着用卷尺测量点  $O$  到点  $A$  的距离，以一定的缩小比例沿着测点  $A$  的方向线画出点  $a$  (图 4.9 (a))
- ② 对准点  $B$ ，进行相同的作业。
- ③ 对准点  $C$ ，进行相同的作业。
- ④ 这些作业完成后，就在图纸上画出了能利用的控制点了 (图 4.9 (b))。

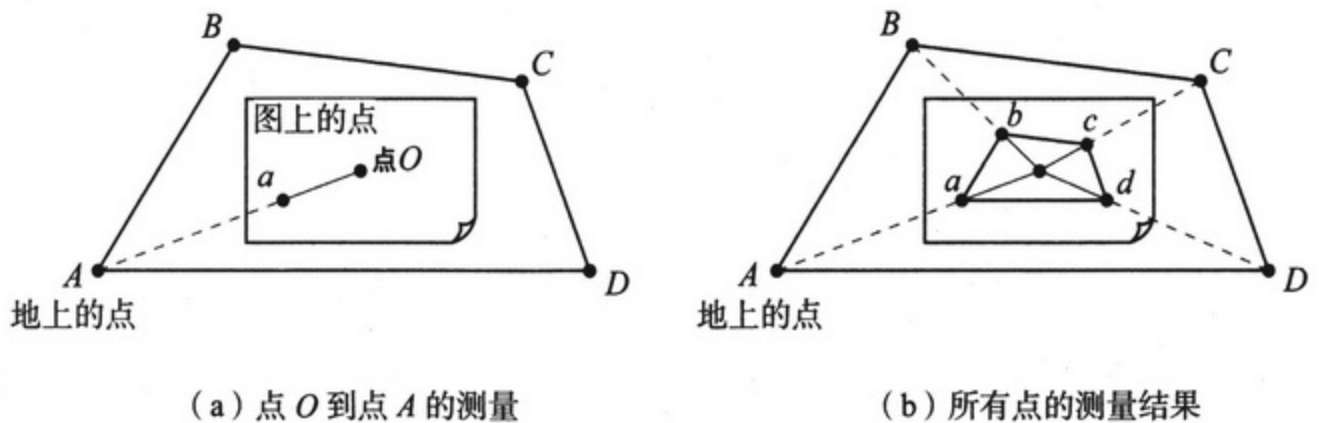


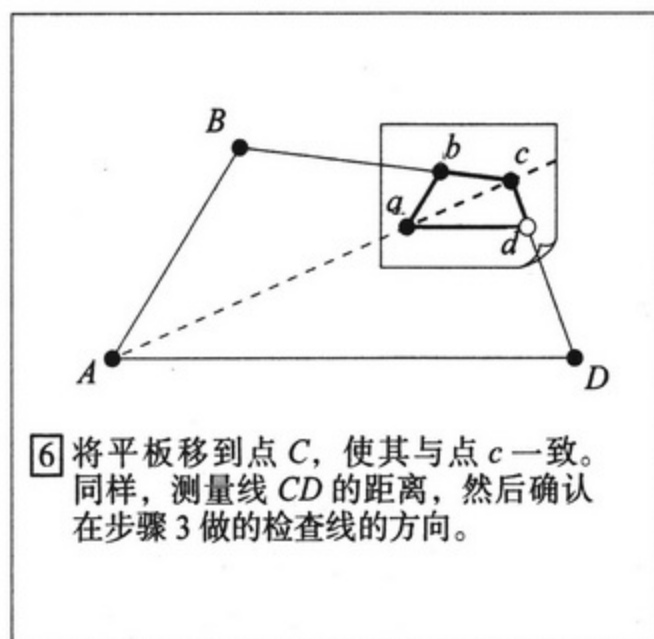
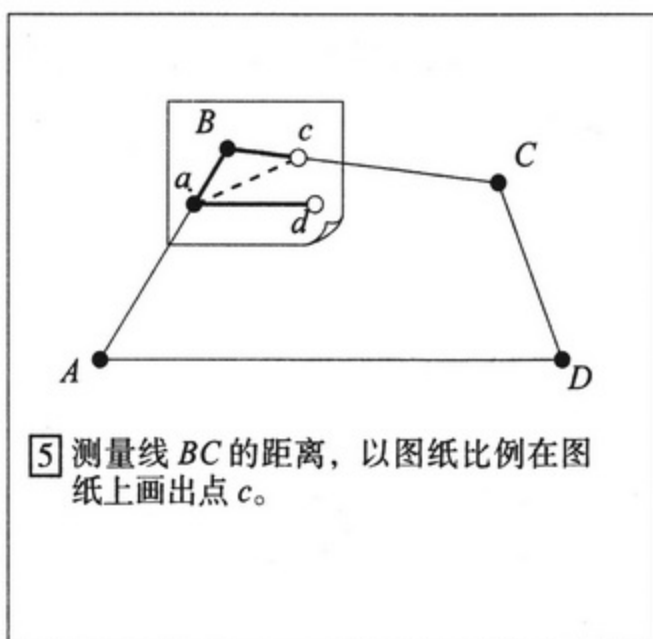
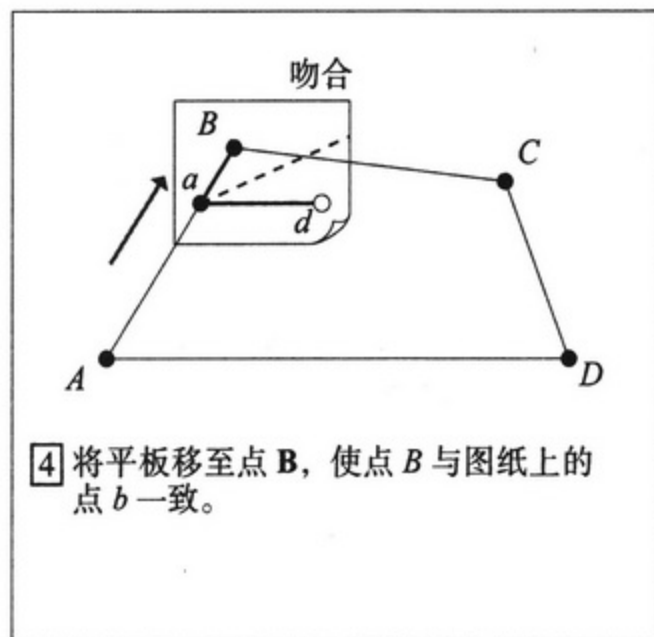
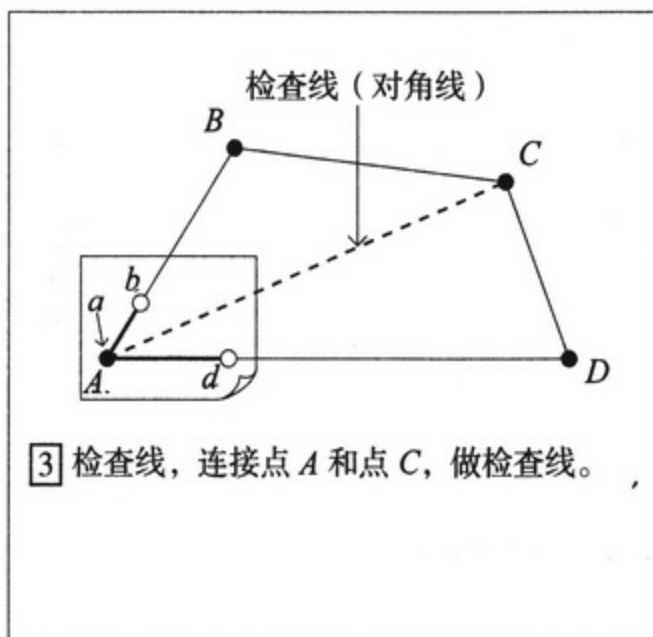
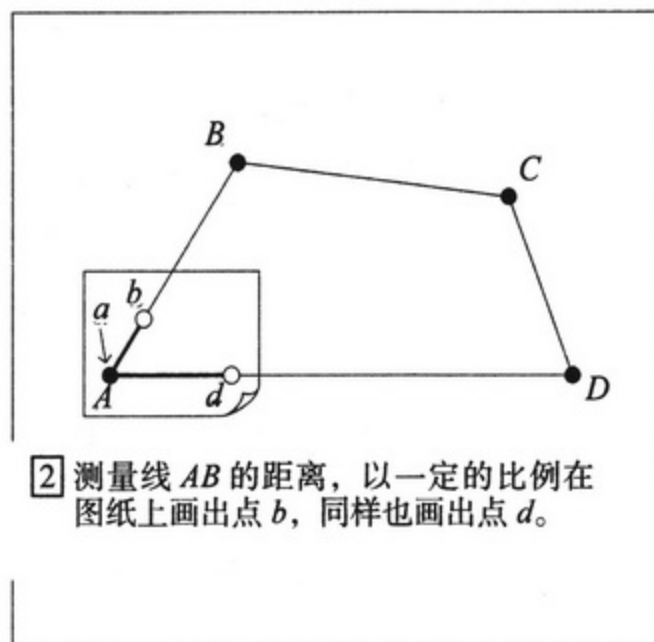
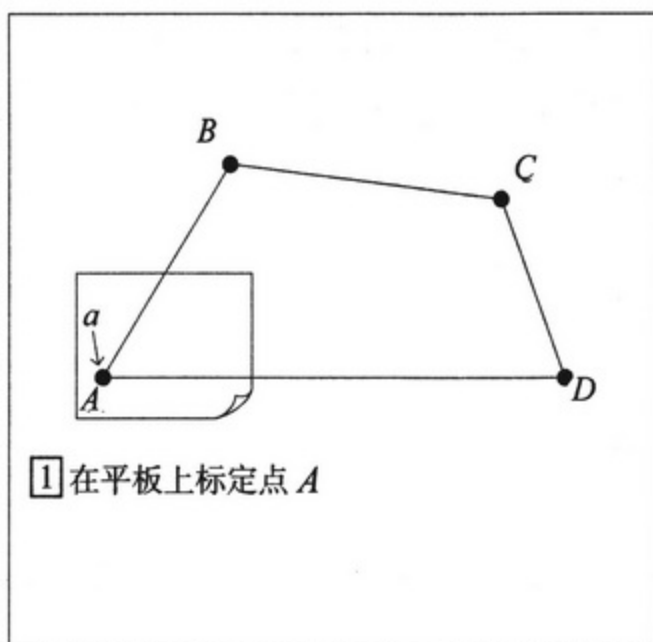
图4.9 平板测量的分类

这种方法的精度比较高，但是距离目标的测量距离比较长，测量有些困难，一般在测量范围大而小比例的测图上很少使用。

## ■ 路线法

路线法用于测量区域狭长、市区或森林地带等视野不开阔的地方。在各测点设置平板，测量测线的方向和距离，在图纸确定路径的方法。

具体的路线法的操作步骤如下所示 (图 4.10)。



7 如果没有误差，根据检查线确定的点 d 就会与步骤 2 确定的点 d 重合，框架测量就结束了。

图4.10 路线法的测量步骤



采用路线法的框架测量是有误差的。如图 4.11，路线从起始点出发，经过已知点而闭合，如果有误差是无法闭合的。这时候由于误差而产生的偏移量称为闭合误差，闭合比等于闭合误差除以边长的和。

下面，来看一下有闭合误差时的校正方法的具体例子吧。根据路线法，得到如图 4.11 (a) 的测量结果 ( $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a'$ )。这时的闭合误差为  $aa'$ 。将这个闭合误差按照下面的步骤进行分配调整。

- ①  $a-a'$  用直线  $aa'$  表示，在同一条直线上画出  $ab$ 、 $bc$ 、 $cd$ 、 $da'$  (图 4.11 (b))
- ② 在  $a'$  点做垂线，垂线的长度为  $aa'$ 。
- ③ 如图 4.11 (b) 所示，作三角形。
- ④ 在  $b$ 、 $c$ 、 $d$  点做垂线，各点的垂线与斜边的长度就是各点的调整量。
- ⑤ 在调整前的各点做平行于  $aa'$  的线，然后按照步骤 (4) 求得的调整量移动各点。

根据以上步骤，得到如图 4.11 (c) 所示的误差调整后的测点位置。

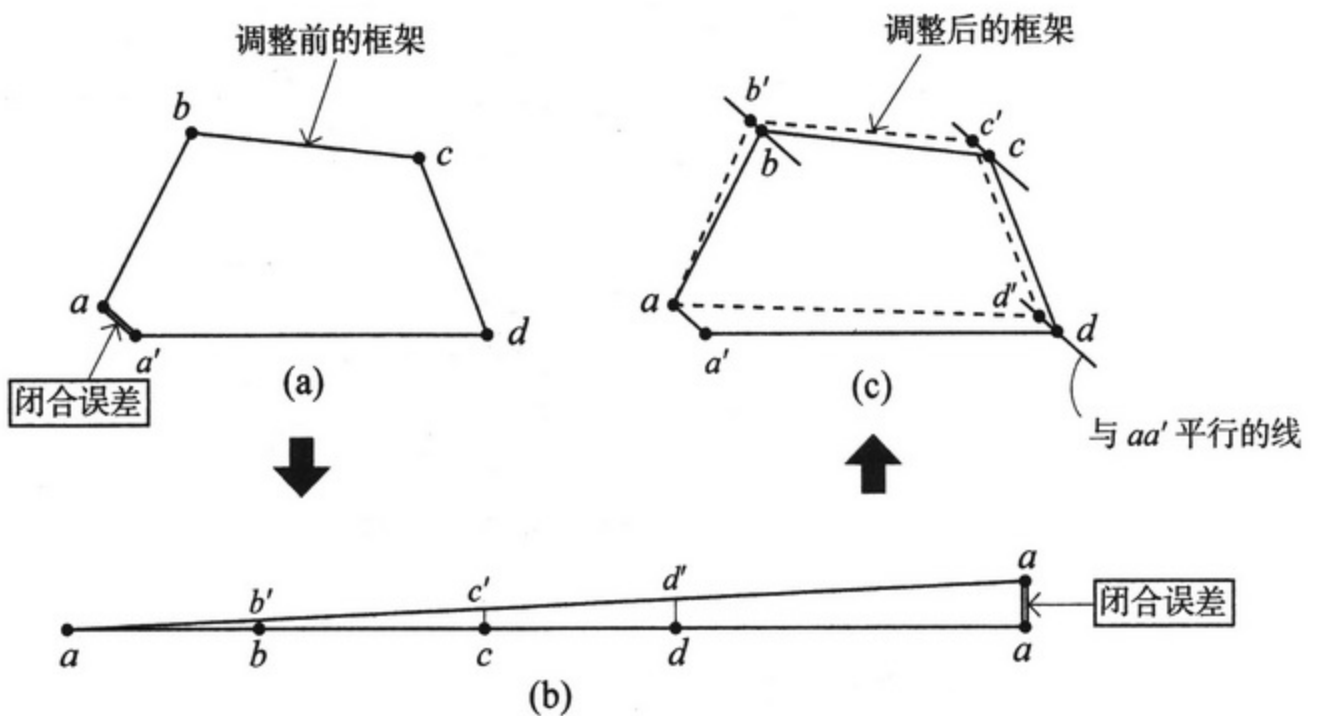


图4.11 路线法的误差调整

平板测量也可以用全角仪和小型电脑，测量数据（方位角和水平距离）、读取、计算、制图等工作能在电脑上瞬间完成。这种方法称为**电子平板仪测量**，与以前的平板测量相比有如下特征：

### (1) 在测量中采用了全角仪

图 4.12 是电子平板仪测量所使用的仪器。全角仪代替了照准仪和卷尺，能高效、精确测量基准线到目标的角度和基准点到目标的距离（详细内容参照 P152）。

而且，与卷尺的测量范围相比，电子平板仪测量以一个基准点为基准就能测量大范围内的区域。电子平板仪能实时将数据转化为坐标。电脑能自动制图，省去了很多手续。

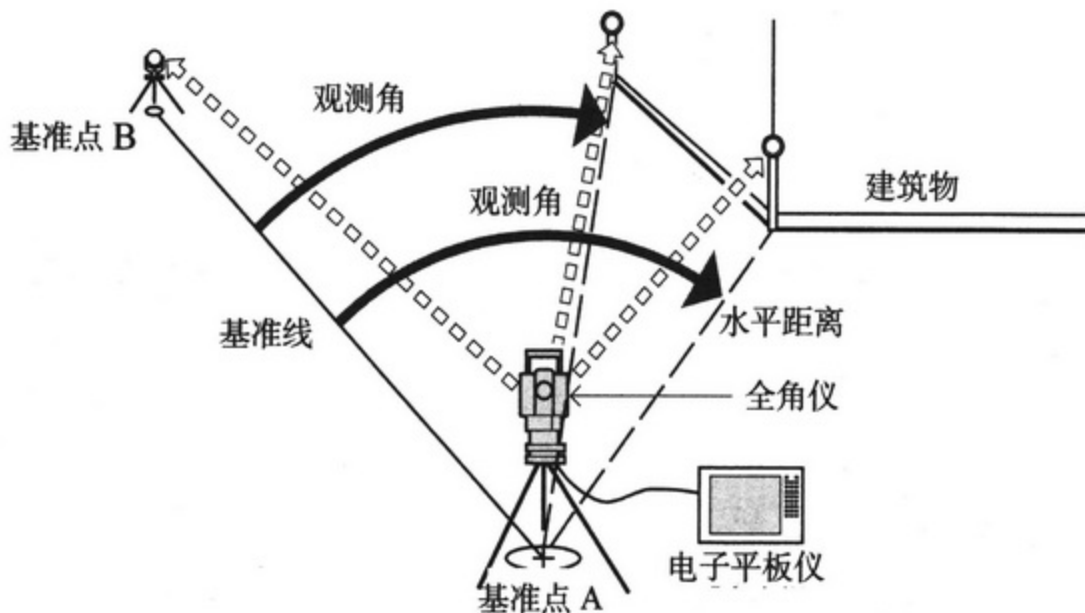


图4.12 电子平板测量

### (2) 测量数据以坐标来表示

之前的平板测量中，测量图纸的比例是不变的。但是，在电子平板仪测量中，测点的数据全部都转化为坐标值了。在第 1 章中已经介绍了在坐标系中表示物体位置的方法，电脑将坐标值数字化进行记录和管理，在测量中就能自由变更比例了。

还有，其他的测量方法需要极力避免测量者记录等人为错误。而电子平板测量中，电脑读入测量数据，采用专业的软件作图（图 4.13），记录了控制点、局部点的坐标值，而没有位置误差。

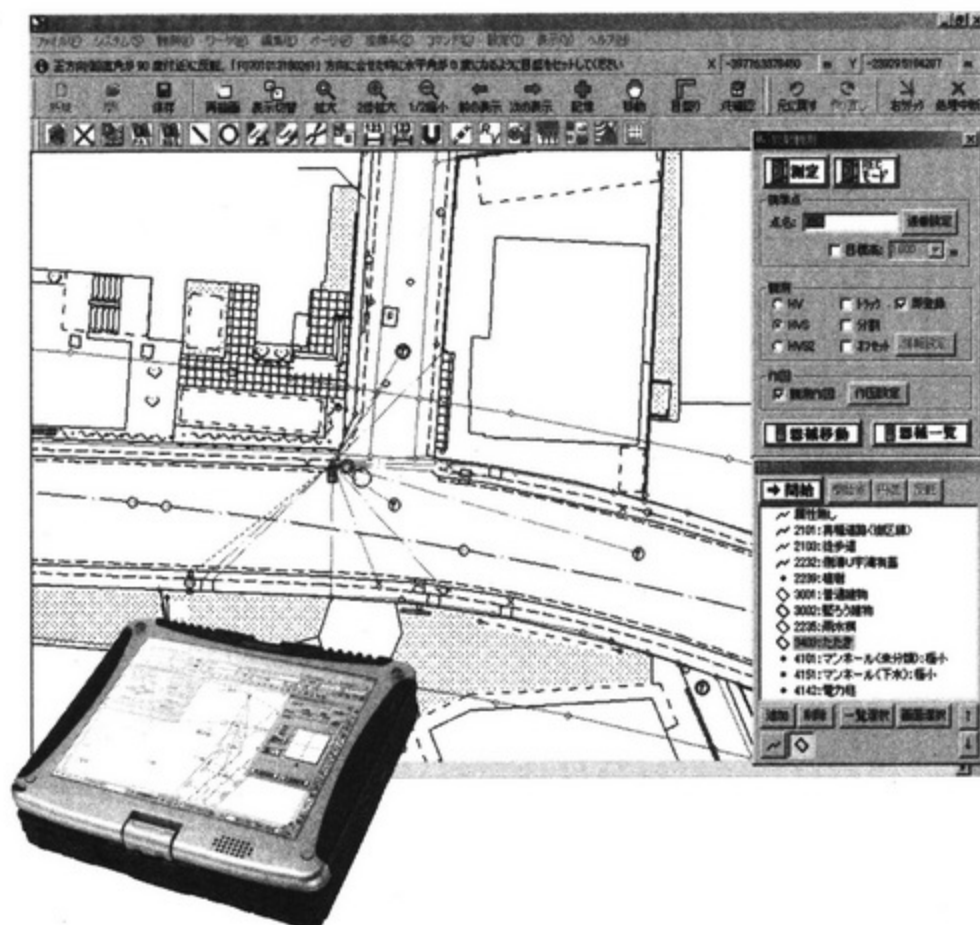


图4.13 电子平板仪

（出处：日本爱杉德库的科技株式会社）



# 第5章

# 水准测量



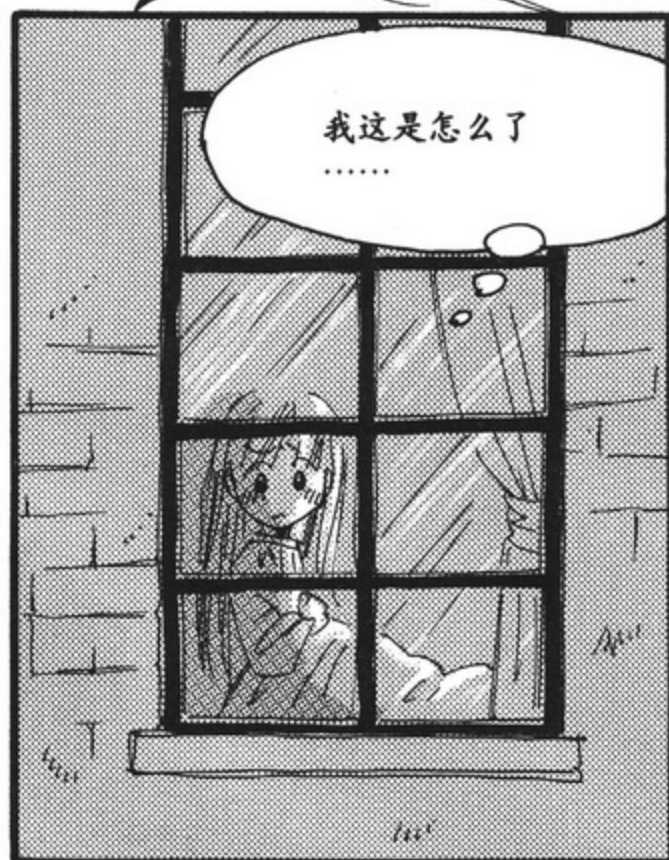
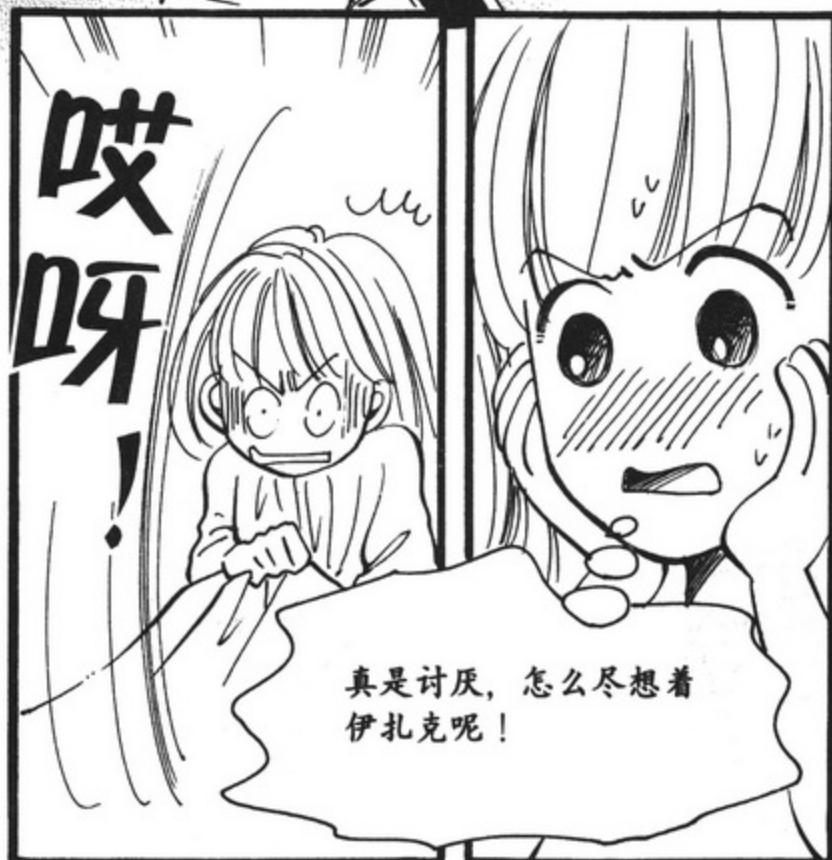
# 1. 水准测量的概念

 高度差

测量专业的课程  
也快结束了吧  
.....



母~



啪  
啪  
啪

测量专业的课程也讲得差不多了！

好了！现在开始  
最后一讲吧！

♪

嗯~

唉……

织香还是那么冷淡呢！

我好孤独啊

伊扎克也可以早点成为测量专家，也好早一点重建城堡。

对吧

但是，织香小姐  
.....

在这么凹凸不平的土地上真的能  
建立城堡吗？

呵呵.....

没问题！

在建设之前会制作地图，会规划  
在什么地方建设什么建筑物。

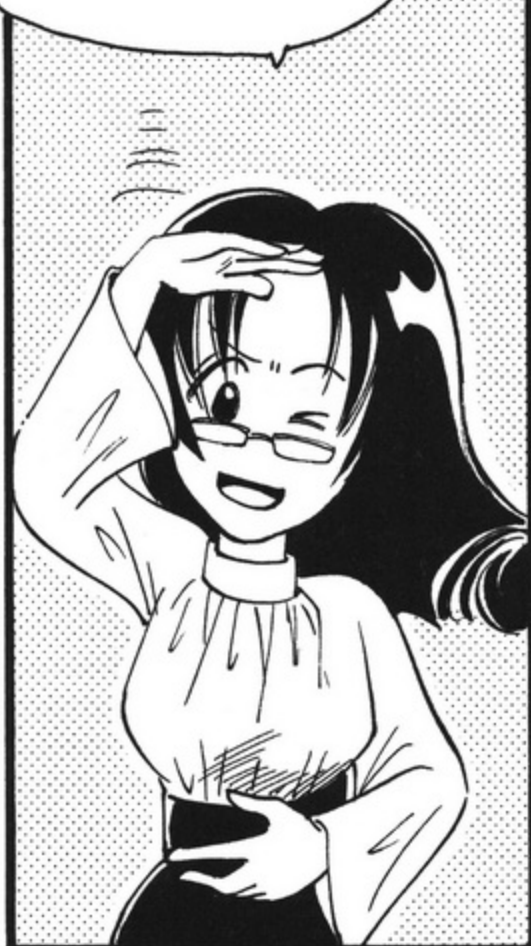
噢！

不过，在规划阶段还有一个  
更重要的工作！

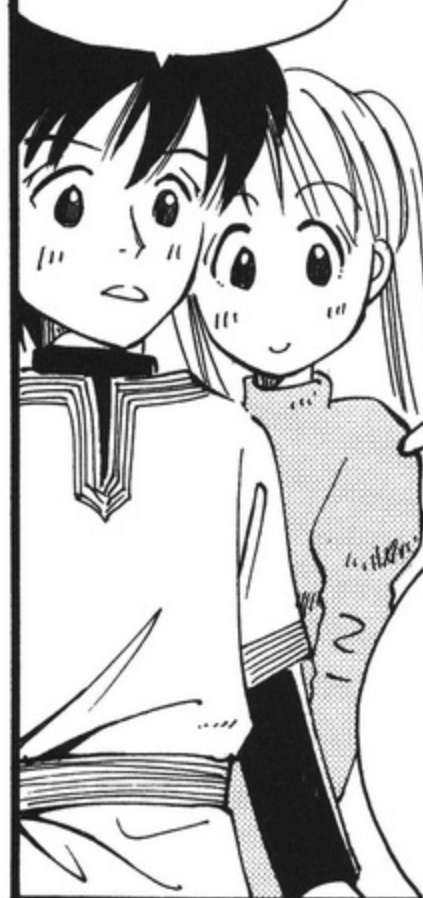
那是什么？



那就是高度差！



高度差？

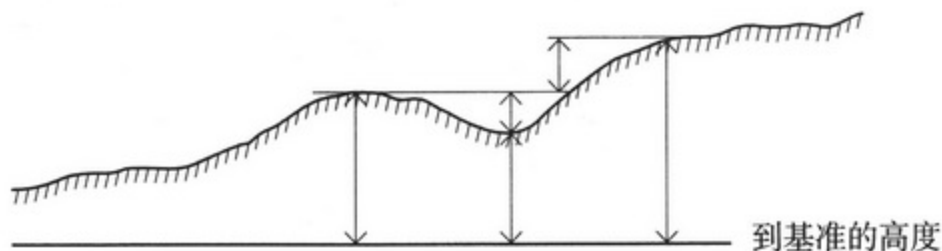


就是以某一个高度为基准，测量地面的高度。

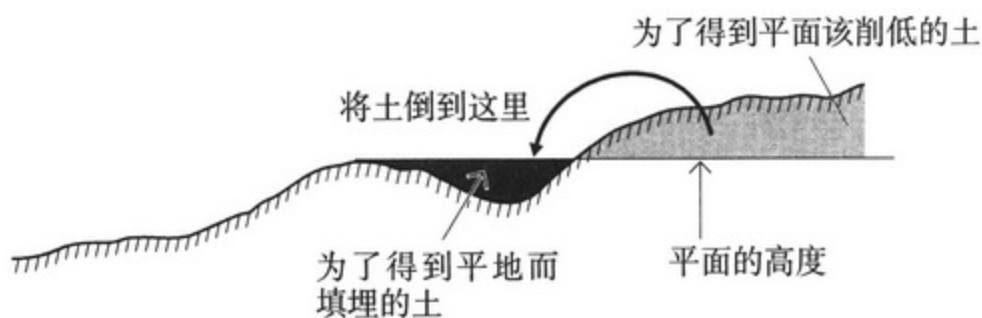
知道了高度差，在平面上规划时，就知道哪块地方该削低，哪块地方该填平了。



织 香：在建设建筑物之前，需要知道地面地势的起伏程度，因此需要进行水准测量。



织 香：这样就能得到平地了，就知道哪儿该削低，哪儿该填平了。



以水准原点为基准，有些地方地势比较高，而有些地方地势比较低。

你们也帮我拿一下东西啊！

现在需要保证城堡里面的用水，因此需要规划水路图，需要求出高度差。

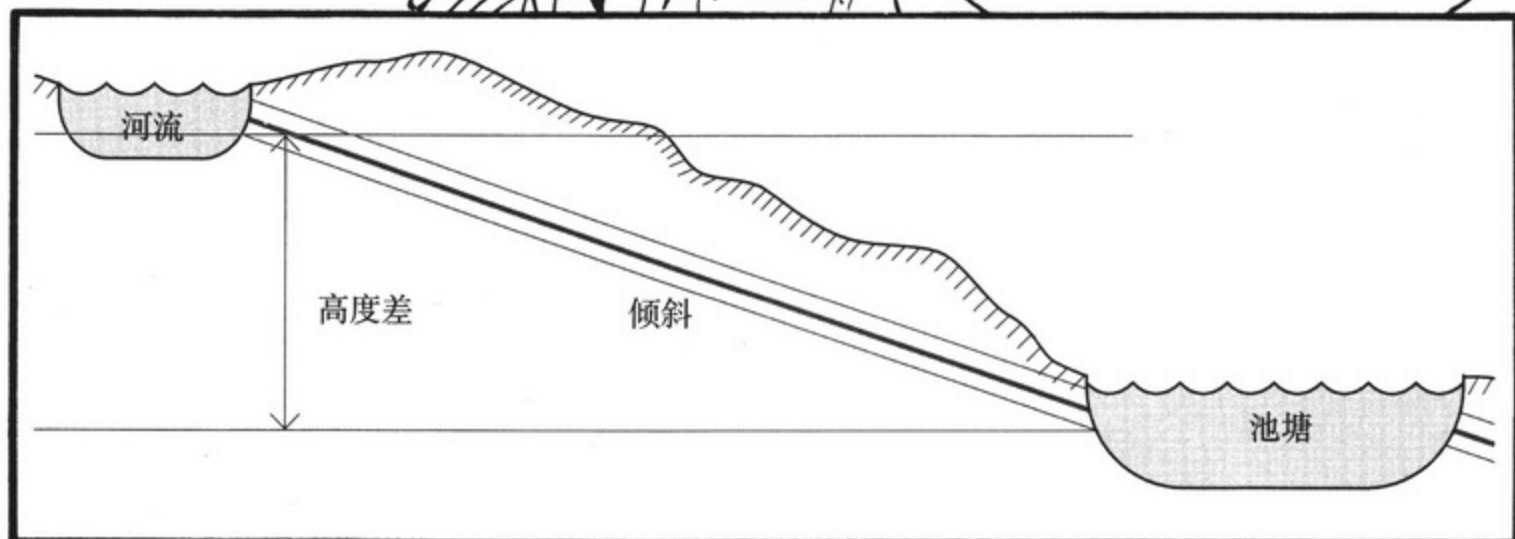
对高度差的测量就称为水准测量。

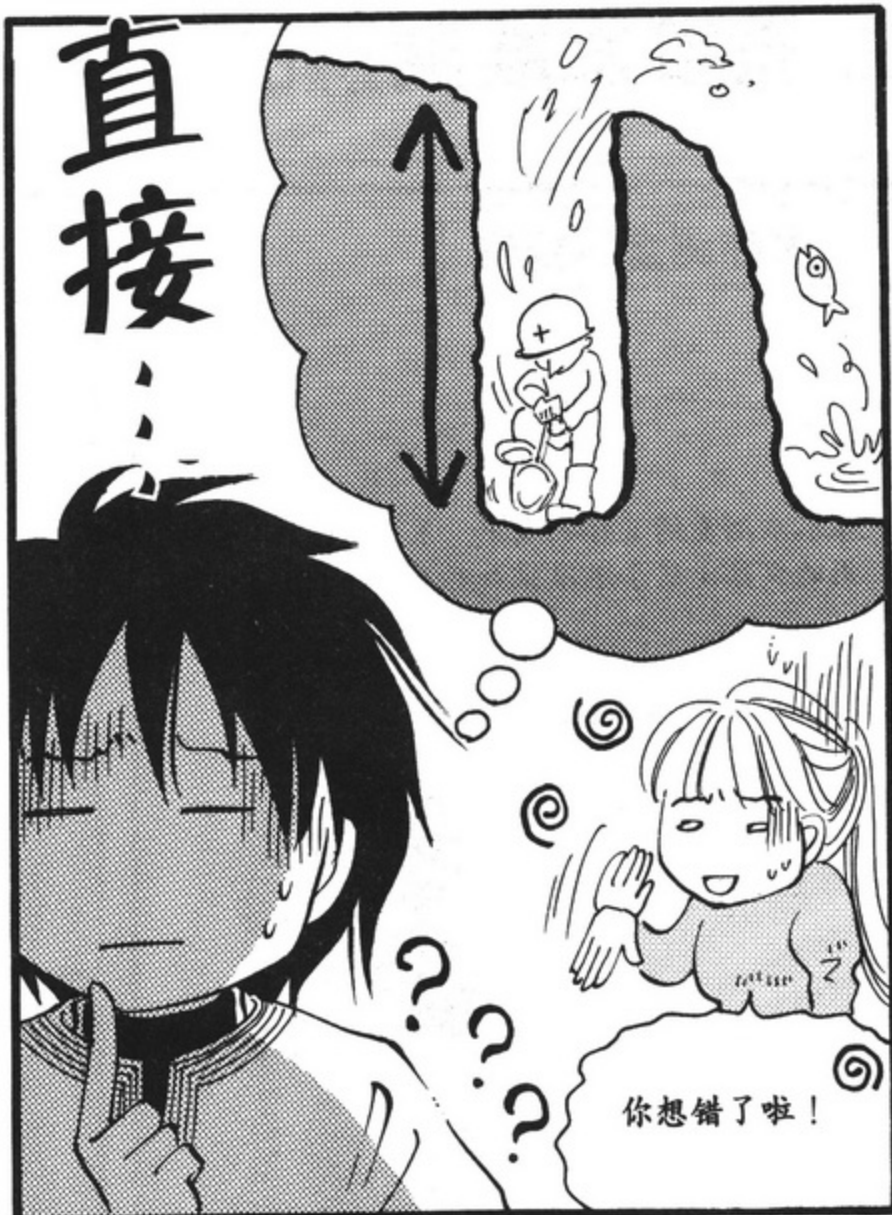
为什么为了确保用水就需要水准测量啊？

咚咚！

水是从高处往低处流的吧。

从河里引水到池塘需要建设水渠，因此需要正确测量高度差，水渠的设计必须是缓慢的倾斜。



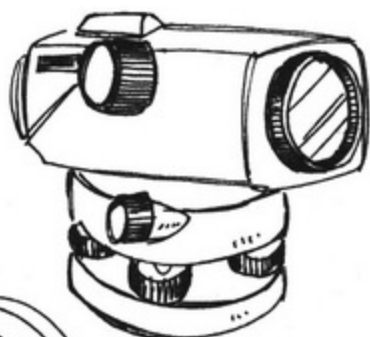


## 2. 直接水准测量的原理

### 水准测量的仪器

在水准测量的直接测量中，采用的仪器是这个水准仪和标尺。

标尺



水准仪

这个水准仪也有望远镜，跟经纬仪长得很像。

但是，经纬仪能在竖直方向旋转，

这样啊！

咕噜

而水准仪只能在水平方向旋转。

为什么只能在水平方向旋转呢？

为什么呢？

知道了水准测量的原理，你就会明白的！

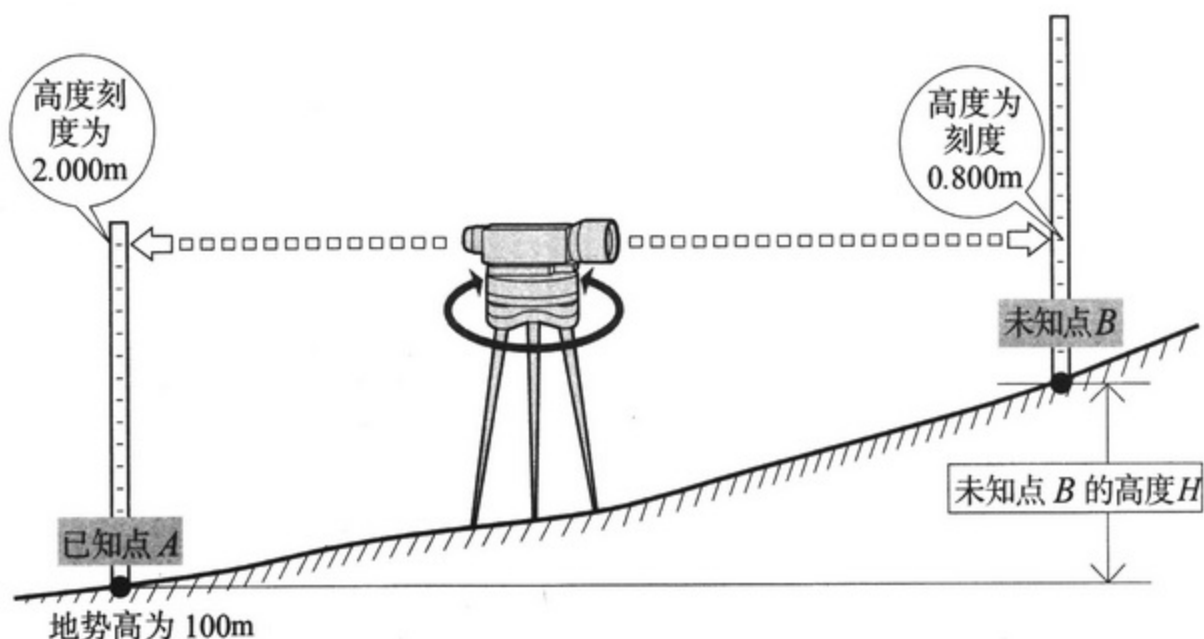
## 水准测量的原理

例如，距离基本水准面的某一高度，地势高为 100m 的点 A（已知点 A），根据这个点来求高度未知的点 B（未知点 B）的高度。

嗯嗯

以点 A 为基准，点 B 的高度为 H，测量两点的高度，用点 A 的高度刻度减去点 B 的高度刻度就能求出 H 了。

点 A 与点 B 之间的高度差 = 点 A 的高度刻度 (m) - 点 B 的高度刻度 (m)



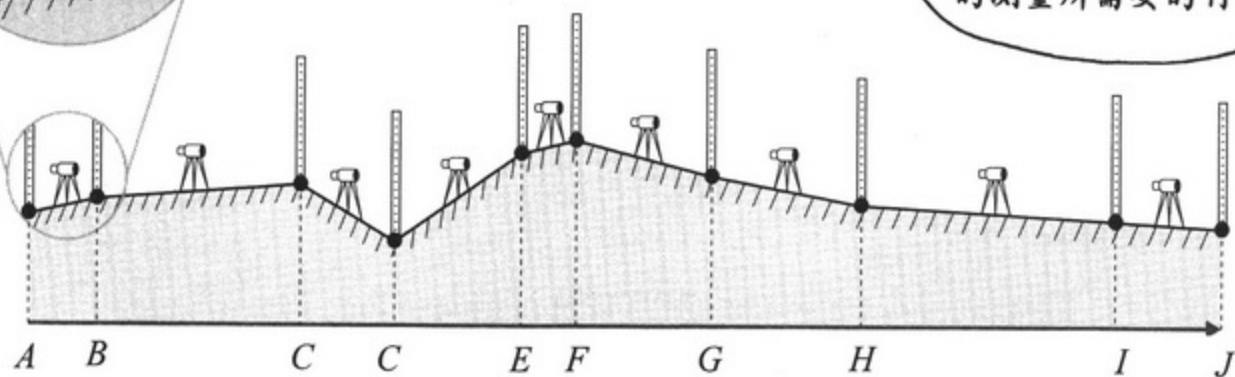
在这个例子中，点A的高度刻度为2.000m，点B的高度刻度为0.800m，

因此点A与点B之间的高度差为  
 $2.000\text{m}-0.800\text{m}=1.200\text{m}$ 。

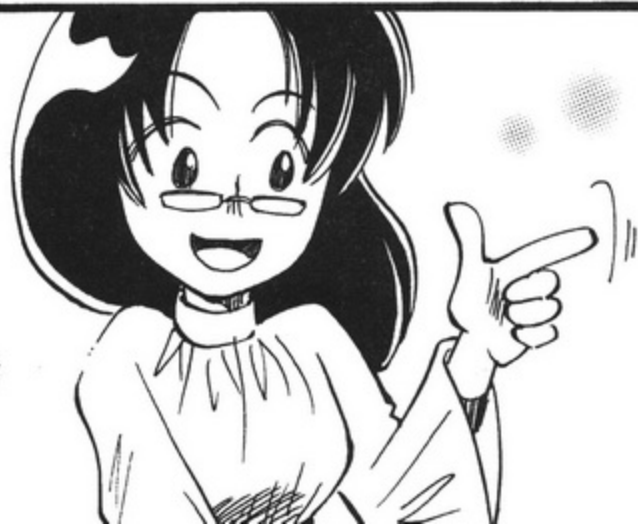
点A是已知点，高度为100m，点A与点B之间的高度差为1.200m，100m加上1.200m就是未知点B的地势高度。

在要求高度的区间，从点A一直到点J，按照同样的方法测量这些高度差。

这些都是哥斯托兰德的测量所需要的啊！



在这之前，我们来了解一下作业中所使用的术语吧。



## 水准测量的术语



织香：这些都是通常所需要使用的术语，因此一定要记住！



织香：从水准仪对准立在点  $A$  的标尺，读取标尺上的刻度时，这称为后视 (B.S.)。如图 5.1 所示，水准仪放在点  $A$  与点  $B$  之间，对准点  $A$  读取标尺的刻度。



伊扎克：就是对准立在已知点处的标尺啊！



织香：从水准仪对准立在未知点处的标尺，读取标尺上的刻度，这称为前视 (F.S.)。



克拉拉：在图中就是从水准仪对准点  $B$ 。

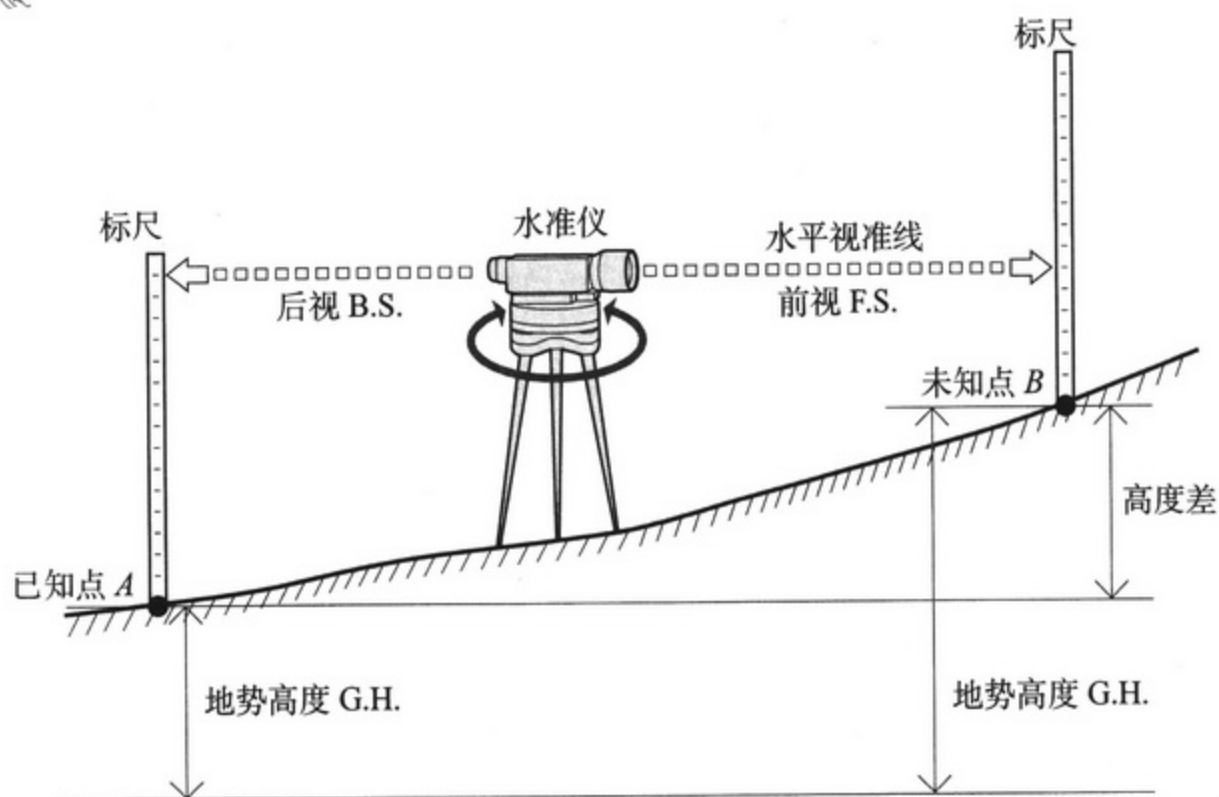


图5.1 水准测量的术语



织香：后视与前视之间的差就是高度差。

而且，距离基本水平面的高度称为地势高度 (G.H.)，又叫做标高。

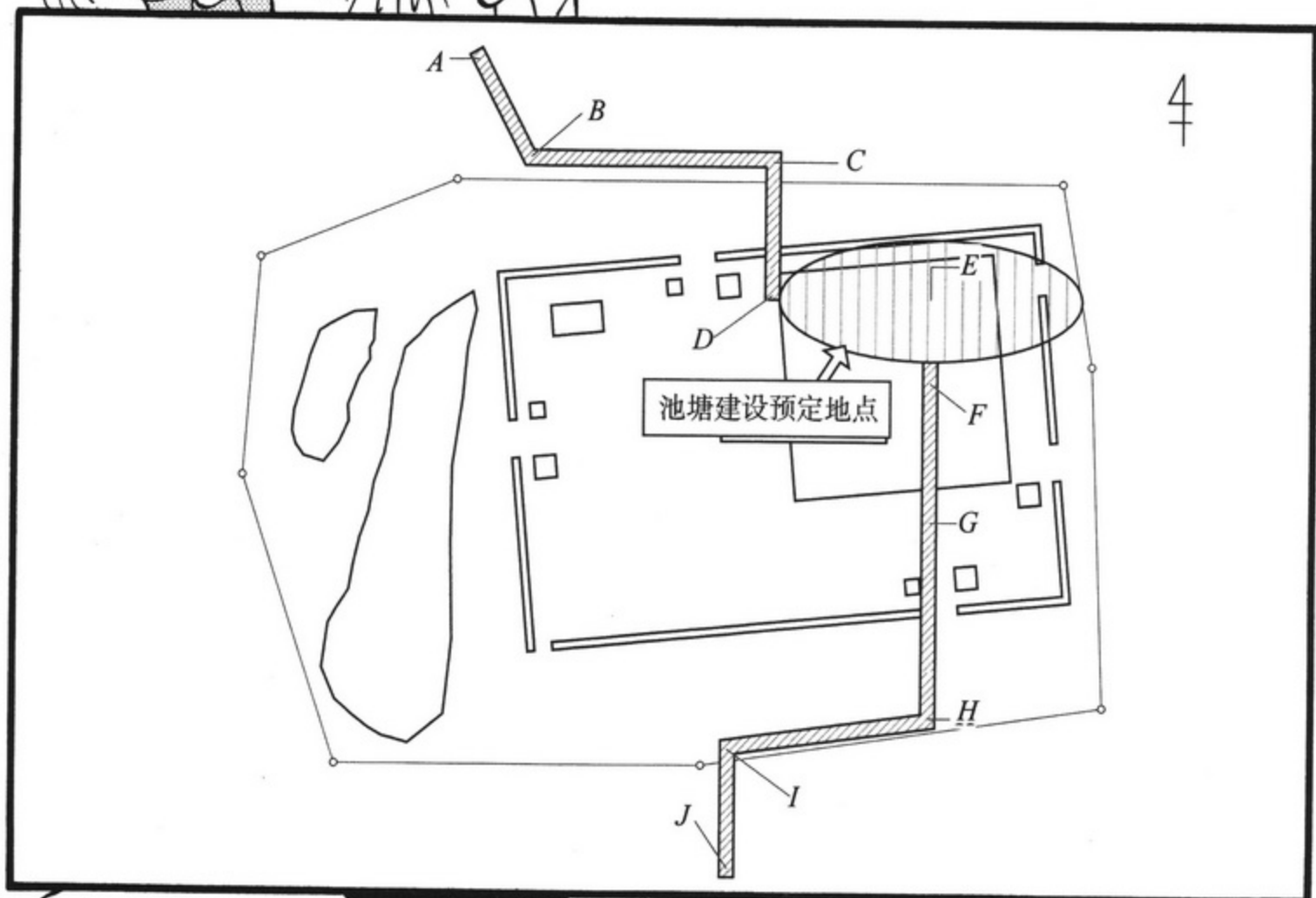
### 3. 直接水准测量的作业

#### 规划与实测

哇，好厉害啊！

从这条河流引水渠，将水引到储水的水库中。

我们现在站的位置为点A，这里的地势高度为30.000m。



点B和点C的地势高度比点A的地势高度要大，水流不过来吧。

仔细看一下，的确点B和点C要比点A的地势高一点。



味味

不过，终点J的地势要比点A的地势低，有倾斜程度。

对于这个斜面，有些地方需要削低，有些地方需要填起来，这样就能使点A到点J是缓慢倾斜的水路了。

河流

池塘

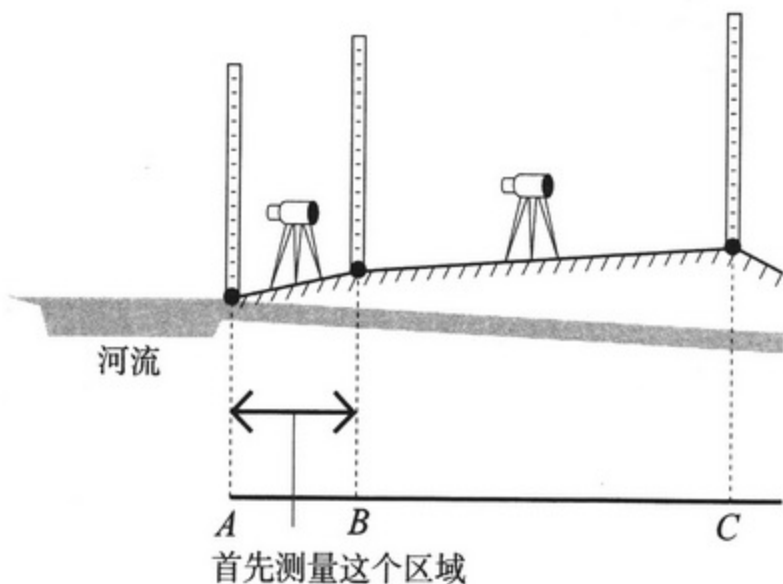
A B C D E F G H I J

这样就需要测量高度差了！

对！

对！

那么开始实际测量吧，首先测量点A和点B之间的高度差。

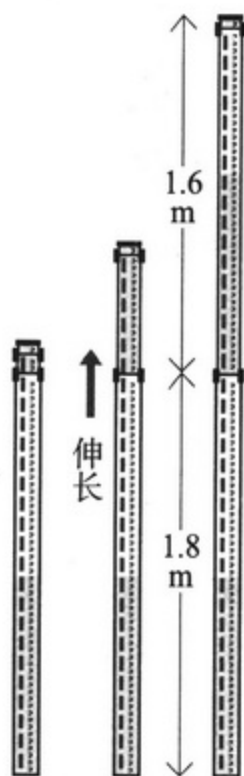


正确竖立标尺可是很重要的！

如果高度差大于2m，需要将标尺伸长。

这时，拉伸标尺，直到听到咔的一声，确认标尺的刻度正确与否。

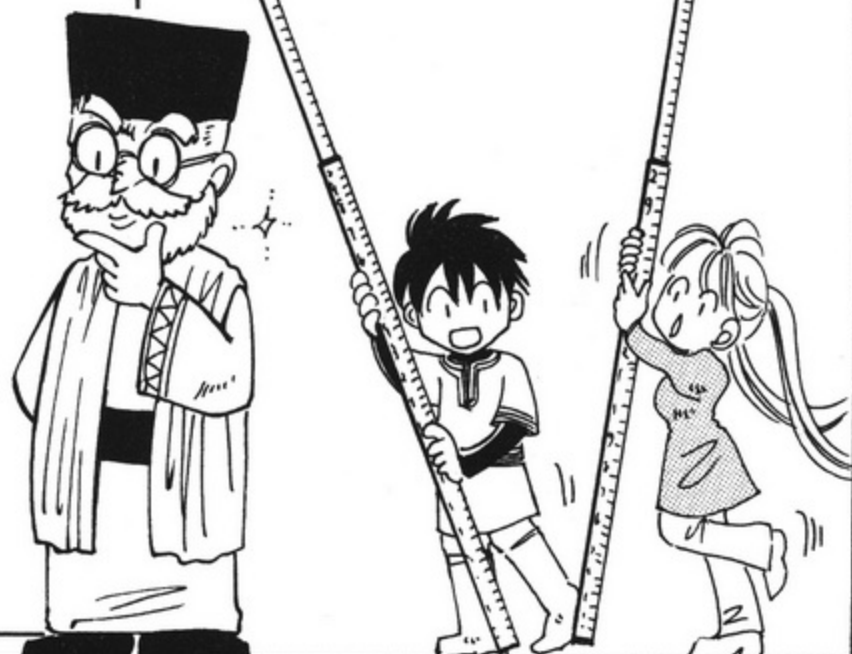
### 标尺的检查注意点



伸长标尺，一定要伸到听到咔的声音才行



这时，对标尺的刻度用钢卷尺进行测量确认。



确认以后，克拉拉你在点A，老师你去点B，把标尺竖立起来。

遵命!!

我知道了!

接着，设置水准仪，

伊扎克，去把水准仪拿过来，

是!

让你久等了。

哎呀

嗯……  
变了呢……

有什么事情吗?

恋爱让腼腆的男孩子变成了男子汉了呢!

恋爱?

年轻就是好啊!

好了，把水准仪放在点A与点B之间的中点位置。

吓死我了

喂！伊扎克，不要发呆了！

对不起……  
呃，在这个地方吧。

好了！  
这样就可以了

哎呀哎呀……  
然后用气泡管使水准仪处于水平状态。

是！

把水准仪放在视野开阔的地方

竖立标尺

竖立标尺

这两段距离差不多相等

水平准测量不要  
对心作业呢！

将水平仪固定在水平面后，  
测量两点的高度差就可以了。

好了！

这样啊~

### 标尺的读数方法

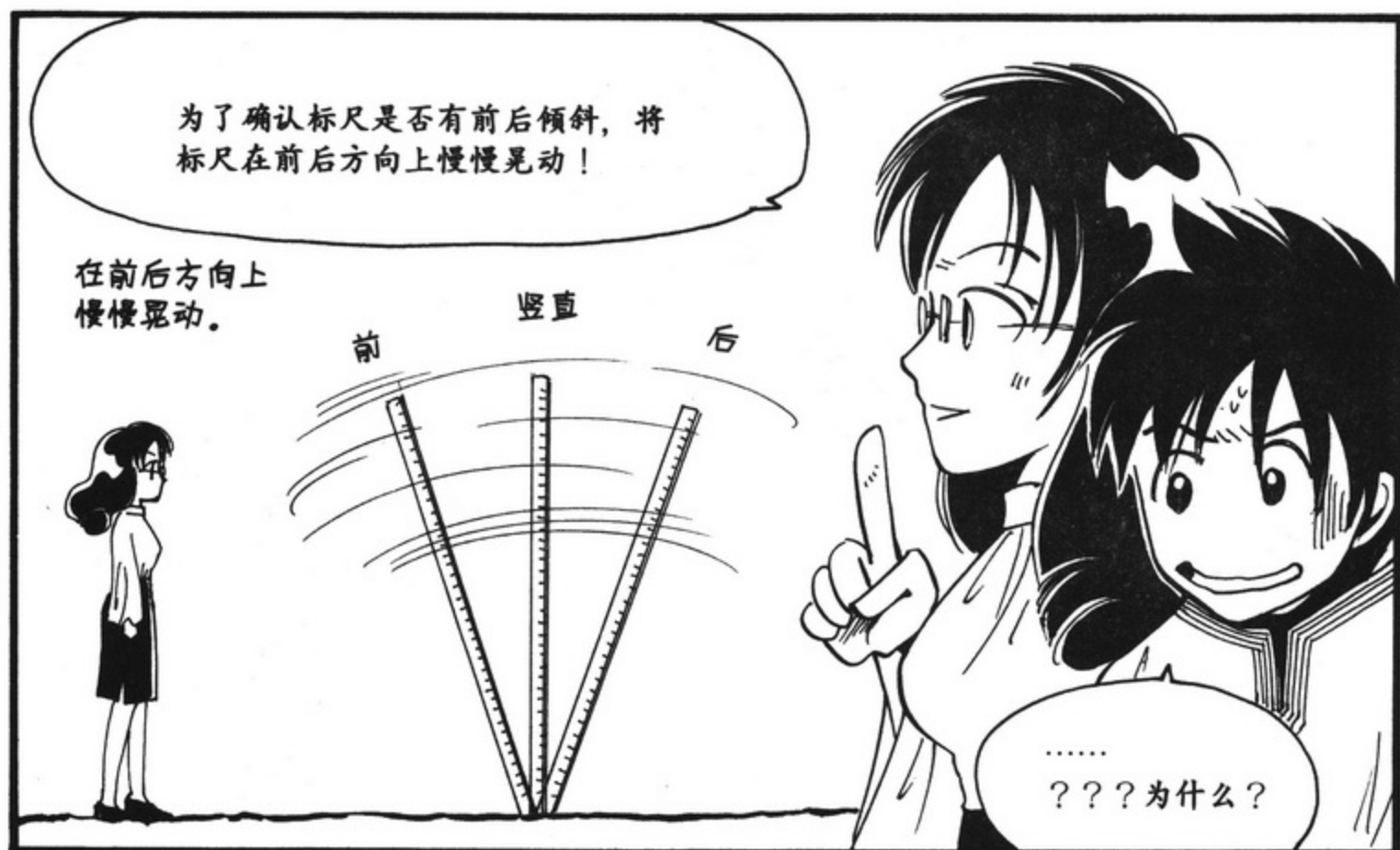
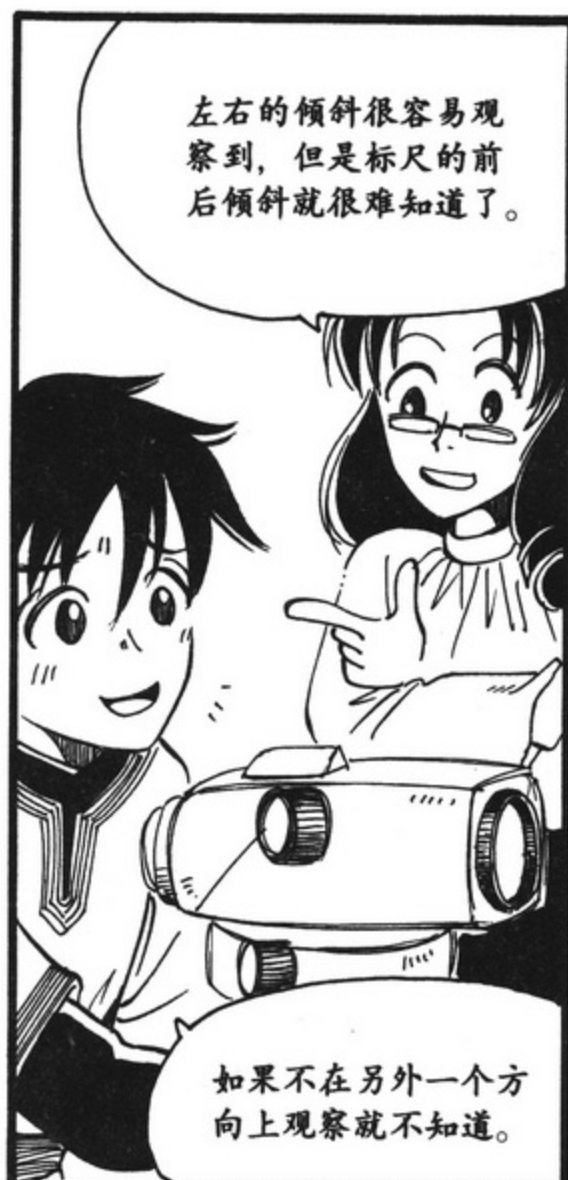
接下来就是标尺的读数了。  
看水准仪的望远镜，里面有  
十字线，可以确认标尺是否  
有左右倾斜。

如果倾斜了，  
就要告诉克  
拉拉呢！

啊

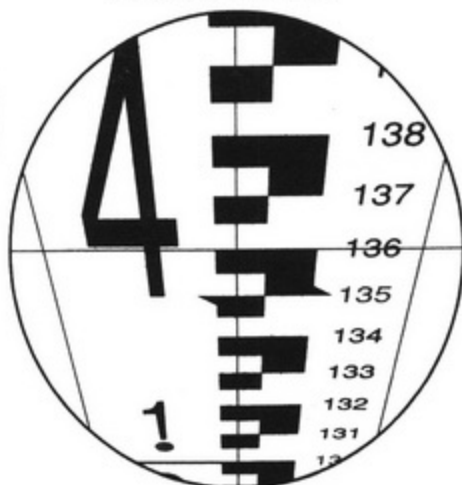
稍微朝左倾斜  
了一点点。

138  
137  
136  
135  
134  
133  
132

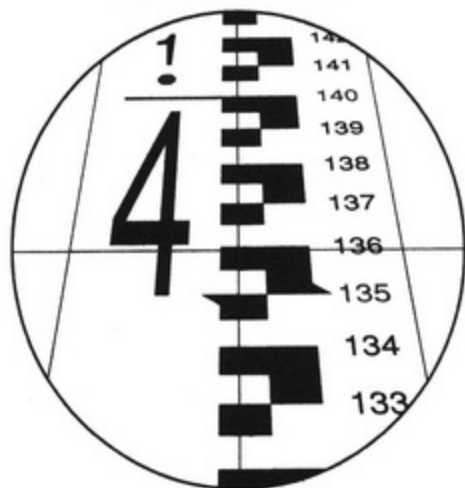


当标尺处于竖直状态时，标尺的读数最小，这时，水准仪对准标尺，读取刻度最小时候的值。

向前倾斜的时候

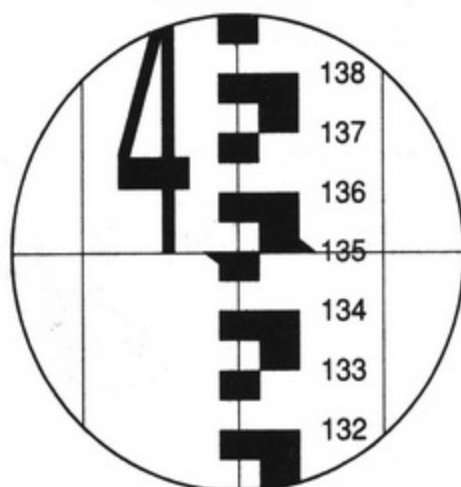


向后倾斜的时候



倾斜的时候，标尺的读数都会变大。

竖直的时候



标尺处于竖直状态时，读数最小。

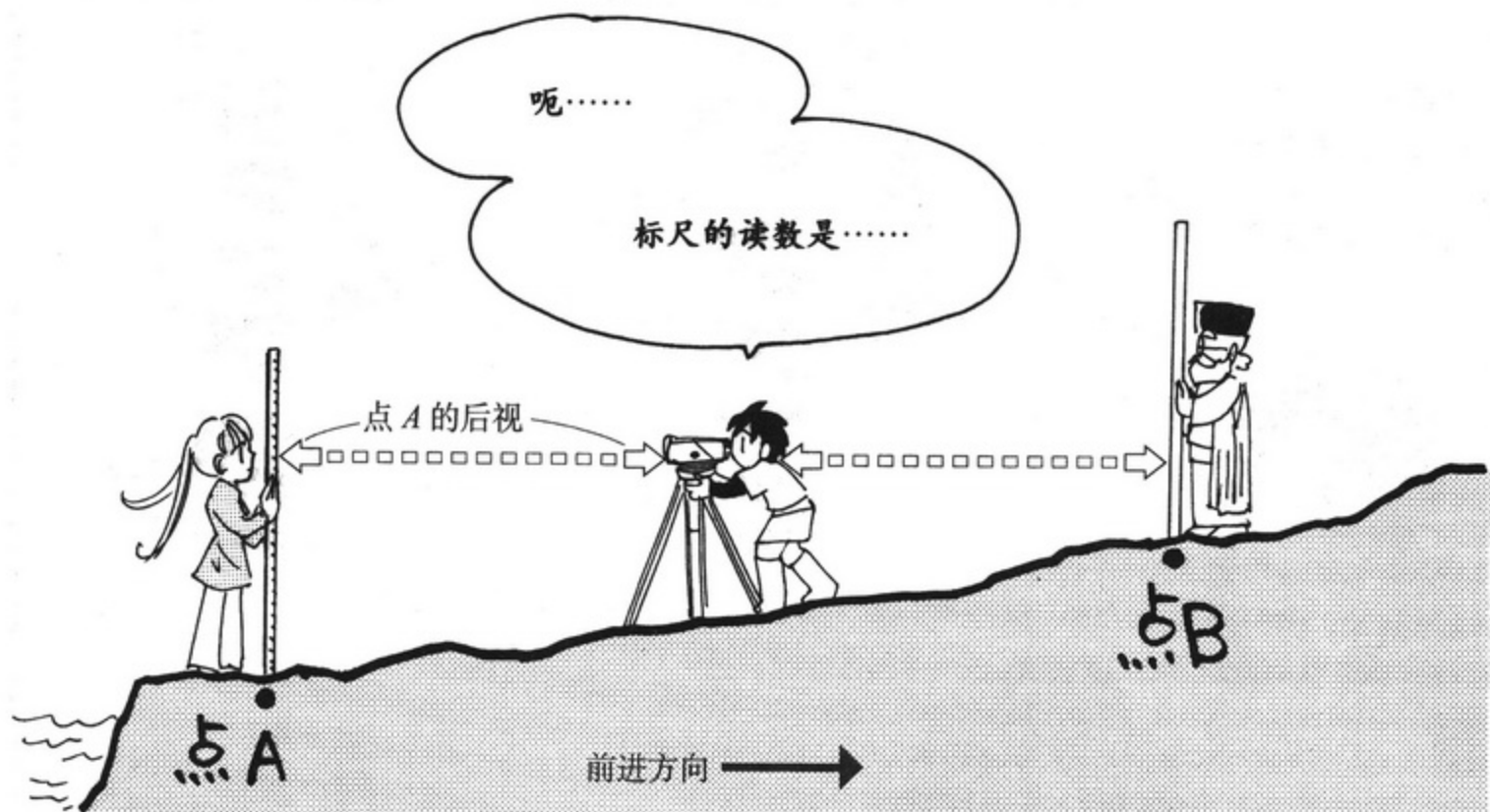
啊~  
原来是这样啊！

比 5mm 还要小的值，就按照 5mm 的长度，将它分五等份，然后自己大概估计，精确到毫米单位的级别。

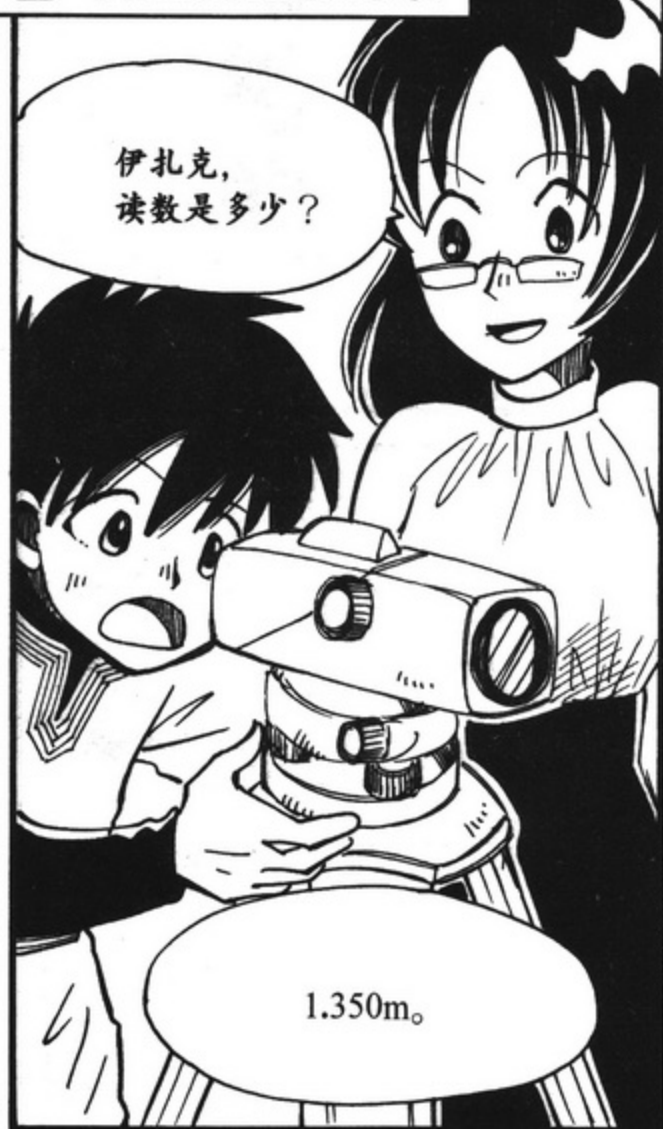
克拉拉！

下次要前后慢慢的晃动一下啊！

知道了！



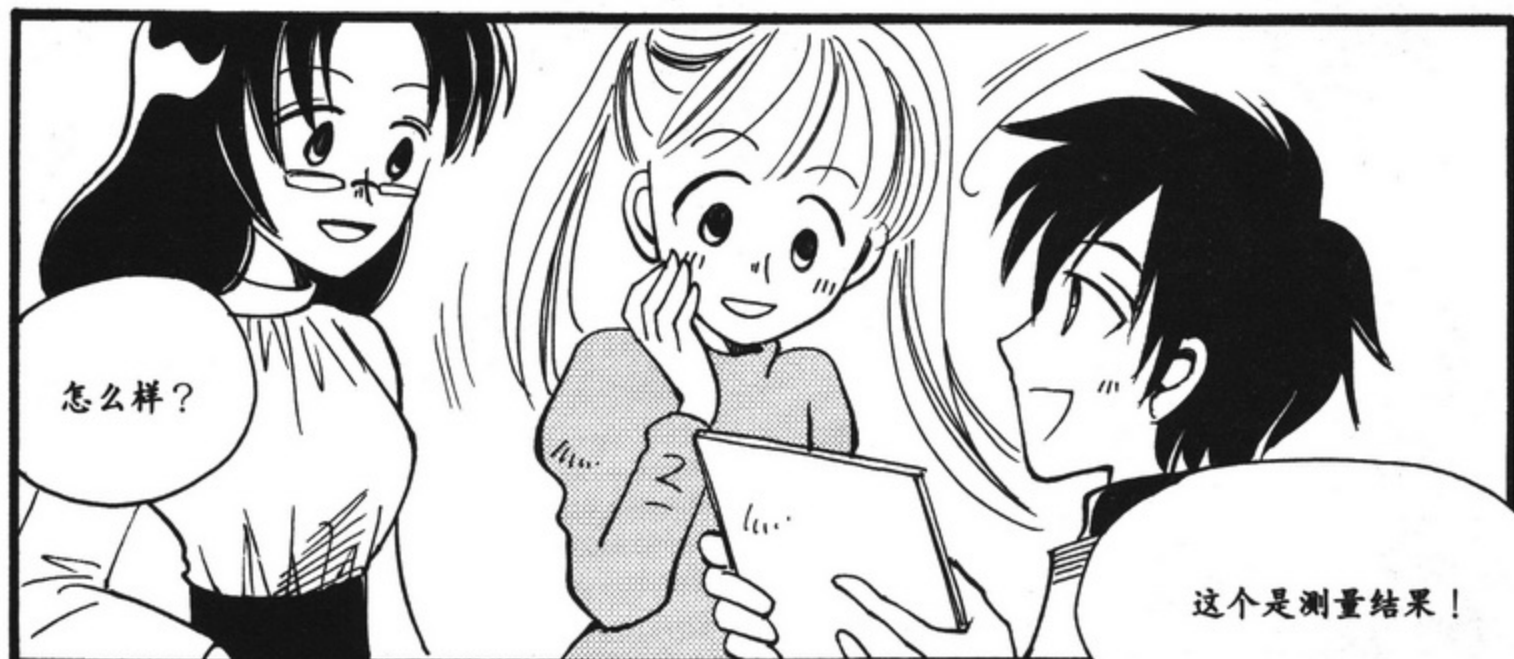
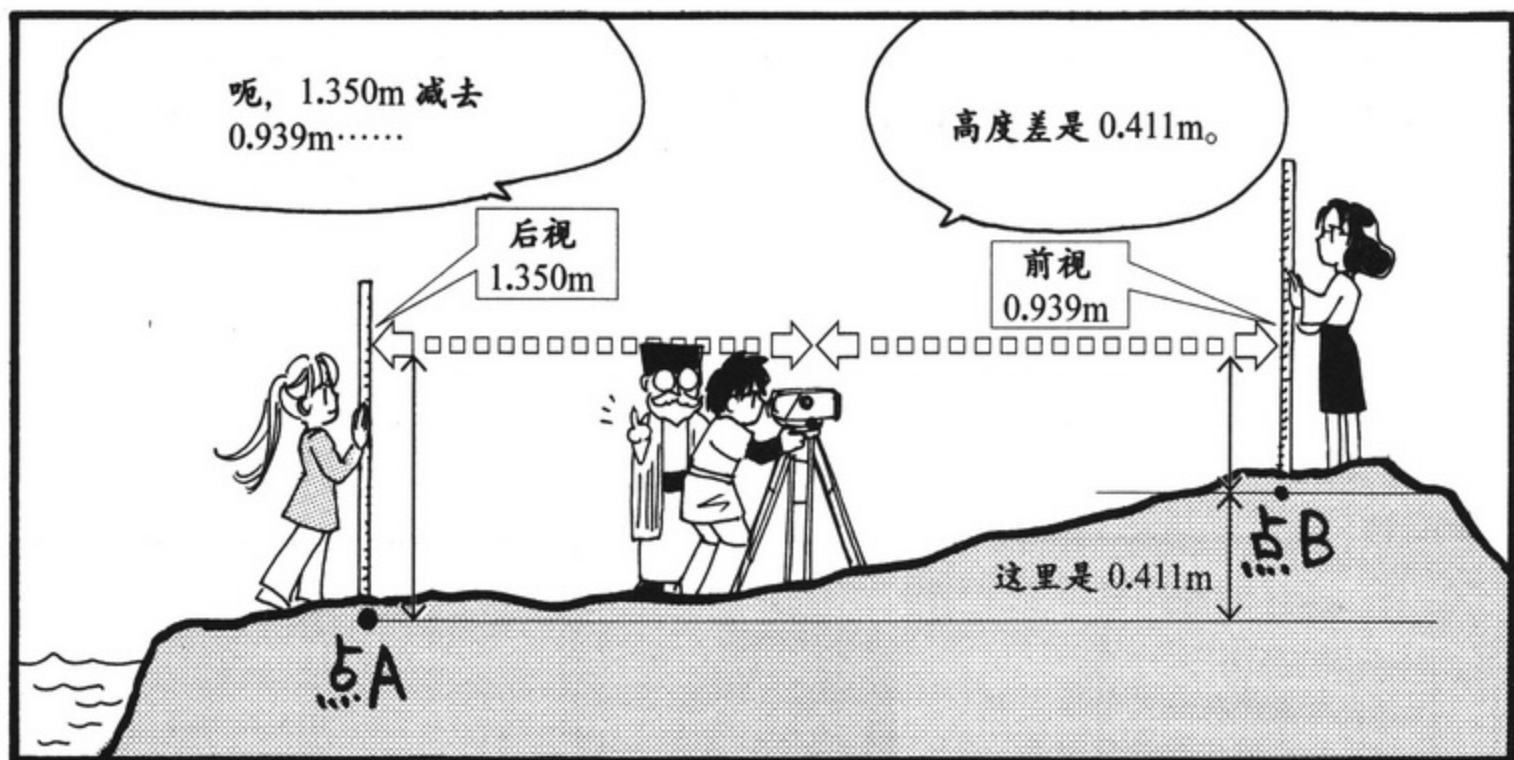
### 测量数据的记录





视准点	后视 (B.S.) (m)	前视 (F.S.) (m)	高度差(m)		地势高度 (G.H.) (m)	备注
			+	-		
A	1.350					
B						
C						
D						
E						
F						
G						





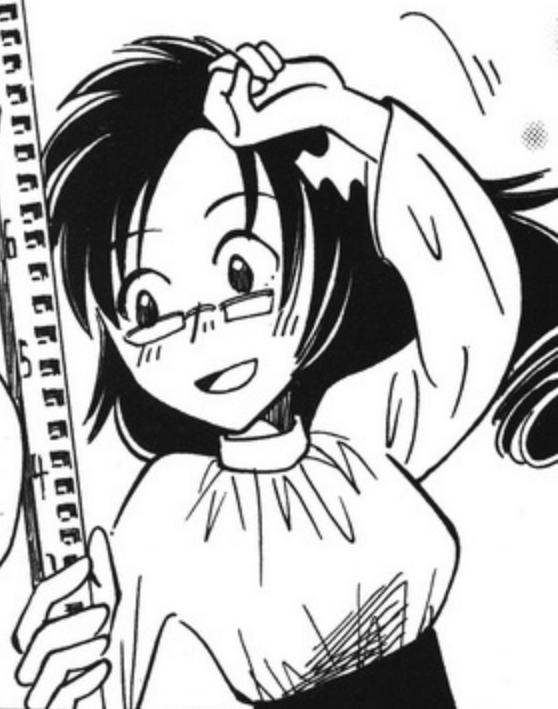


视准点	后视 (B.S.) (m)	前视 (F.S.) (m)	高度差(m)		地势高度 (G.H.) (m)	备注
			+	-		
A	1.350				30.000	G.H=30.000
B		0.939	0.411		30.411	
C						
D						
E						
F						
G						
H						
I						
J						

得到结果了！  
来总结一下计算方法吧！

呼！  
累死我了。

点 B 的高度差 = 点 A 的后视读数 - 点 B 的前视读数  
点 B 的地势高度 = 点 A 的地势高度 + 点 B 的高度差  
点 C 的高度差 = 点 B 的后视读数 - 点 C 的前视读数  
点 C 的地势高度 = 点 B 的地势高度 + 点 C 的高度差



同样继续测量其他点的高度差，下面由克拉拉来控制水准仪。

好！

好重啊！

我来帮你搬。

好了！

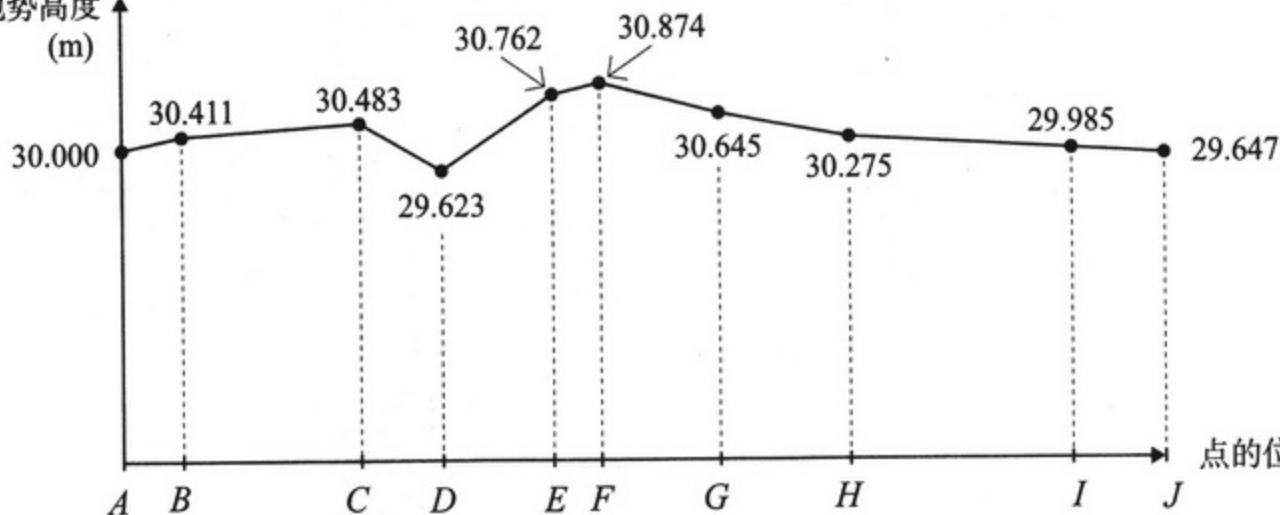
视准点	后视 (B.S.) (m)	前视 (F.S.) (m)	高度差 (m)		地势高度 (G.H.) (m)	备注
			+	-		
A	1.350				30.000	G.H=30.000(m)
B	1.221	0.939	0.411		30.411	
C	0.523	1.149	0.072		30.483	
D	1.459	1.383		-0.860	29.623	
E	1.161	0.320	1.139		30.762	
F	0.892	1.049	0.112		30.874	
G	0.471	1.121		-0.229	30.645	
H	1.002	0.841		-0.370	30.275	
I	0.621	1.292		-0.290	29.985	
J		0.959		-0.338	29.647	

# 哈哈~

呵呵♡

接下来，  
将地势高度的数据画在图形中。

地势高度  
(m)



水准测量的地势高度  
的数据在水渠的规划  
中是很重要的

这在施工的时候是很  
重要的资料。

这样的工作是  
很有价值的。

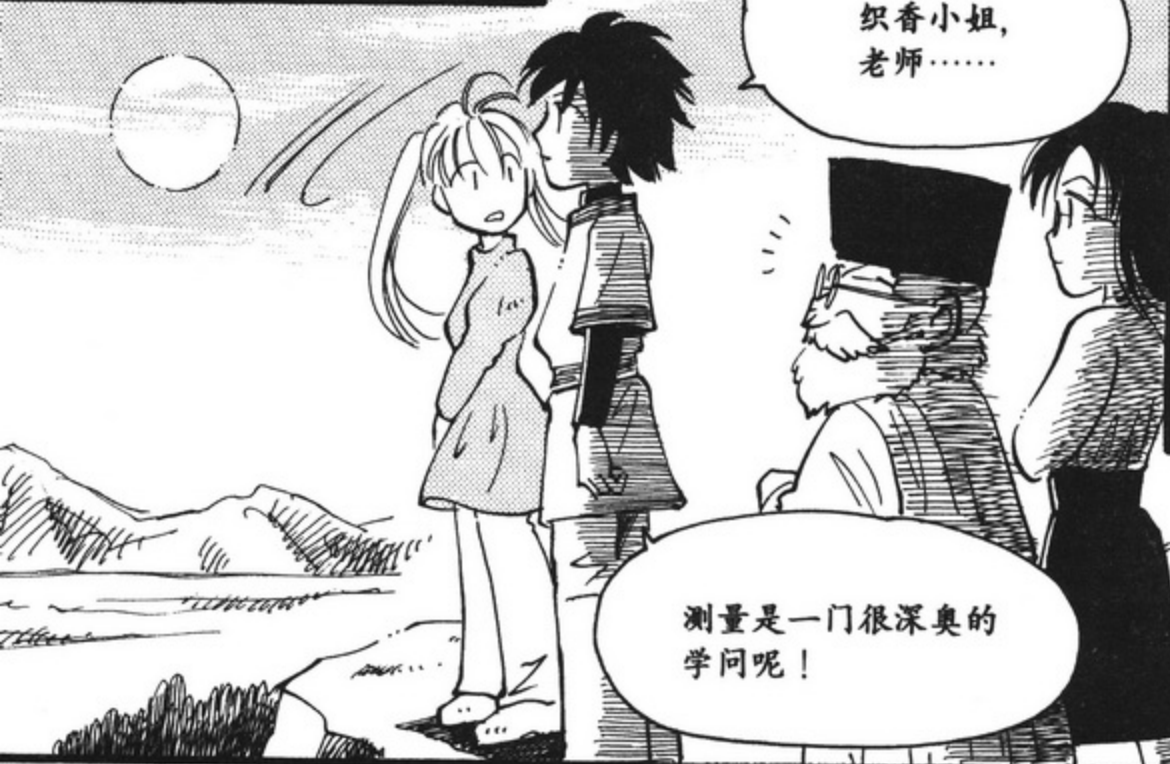
太好了！



终于完成了！

呼

你们干得不错呢！  
克拉拉，伊扎克！  
到此为止，测量课程就结束了！

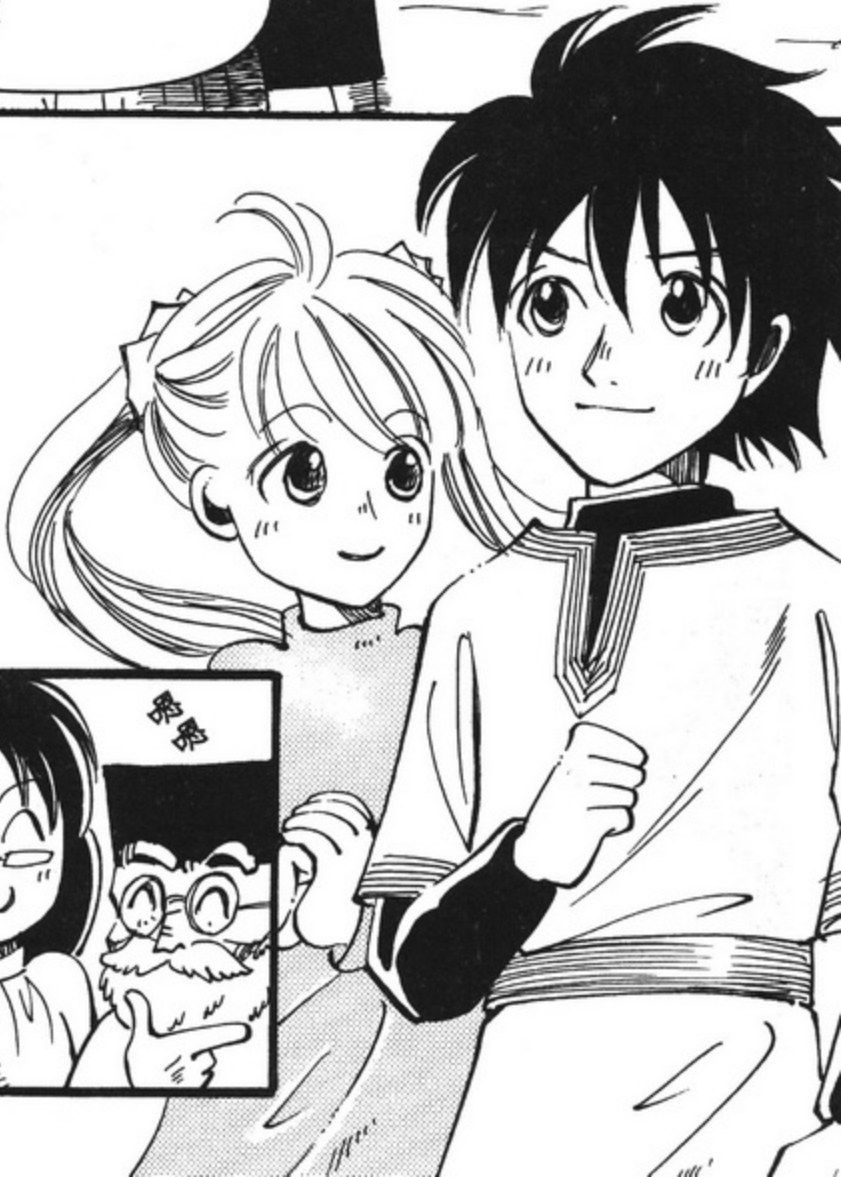


织香小姐，  
老师……

测量是一门很深奥的  
学问呢！



也很开心呢！





# 织香的 误差校正教室

## 水准测量的误差校正

本章在哥斯托兰德，进行了从点  $A$  到点  $J$  的水准测量。在竖直方向上进行水准测量具有较高的精度，但是为了提高精度，还是需要往返测量。以在哥斯托兰德的水准测量为例，先测量从点  $A$  到点  $J$  的高度差，然后反过来测量点  $J$  到点  $A$  的高度差。

下面将介绍往复测量时的误差校正方法。

(1) 本章中的测量是从点  $A$  到点  $J$  的水准测量结果，如表 5.1 所示。

表5.1 往路的水准测量结果

视准点	后视 (B.S) (m)	前视 (F.S) (m)	高度差 (m)	
			+	-
$A$	1.350			
$B$	1.221	0.939	0.411	
$C$	0.523	1.149	0.072	
$D$	1.459	1.383		0.860
$E$	1.161	0.320	1.139	
$F$	0.892	1.049	0.112	
$G$	0.471	1.121		0.229
$H$	1.002	0.841		0.370
$I$	0.621	1.292		0.290
$J$		0.959		0.338

(2) 接下来，进行点  $J$  到点  $A$  的水准测量，测量结果如表 5.2 所示。

表5.2 回路的水准测量

视准点	后 视 (B.S) (m)	前 视 (F.S) (m)	高度差(m)	
			+	-
J	1.231			
I	1.252	0.891	0.340	
H	1.149	0.960	0.292	
G	1.298	0.781	0.368	
F	1.349	1.071	0.227	
E	1.203	1.461		0.112
D	1.131	2.340		1.137
C	1.232	0.269	0.862	
B	1.363	1.302		0.070
A		1.775		0.412

(3) 接着, 分别求往路和回路测量得到的后视和与前视和的差。

往路:  $\Sigma$  后视 = 8.700

$\Sigma$  前视 = 9.053

差 = 0.353

回路:  $\Sigma$  后视 = 11.208

$\Sigma$  前视 = 10.850

差 = 0.358

(4) 将水准测量的误差容限与实际测量得到的误差相比。水准测量根据实际测量的误差来确定其精度级别。(表 5.3)

表5.3 往返差的误差容限

等 级	往返差的误差容限 (m)
1 级水准测量	$2.5\sqrt{L}$
2 级水准测量	$5\sqrt{L}$
3 级水准测量	$10\sqrt{L}$
4 级水准测量	$20\sqrt{L}$
简易水准测量	-

注:  $L$ : 测量距离 (m), 在此是指点 A 与点 J 之间的垂线距离。



点 *A* 到点 *J* 的测量区间的距离如下面的表 5.4 所示, 根据距离长度得到的误差容限如表 5.5 所示。

表5.4 水准测量区间的距离

区 间	距 离 (m)
<i>AB</i>	27. 264
<i>BC</i>	78. 074
<i>CD</i>	30. 982
<i>DE</i>	58. 245
<i>EF</i>	17. 350
<i>FG</i>	47. 092
<i>GH</i>	52. 049
<i>HI</i>	80. 552
<i>IJ</i>	29. 742
合 计	421. 350

表5.5 误差容限的计算结果

等 级	往返差的误差容限 (m)
1 级水准测量	0.0016
2 级水准测量	0.0032
3 级水准测量	0.0065
4 级水准测量	0.0130
简易水准测量	-

(例子中的水准测量的距离  $L=0.42135\text{km}$ )

根据以上计算结果, 这次测量的误差为  $0.005\text{m}$ , 可以知道是属于三级水准测量精度。如果这次测量精度要求是一级或者二级, 那么实际误差不满足误差容限, 需要改进测量方法。

不过, 在此这个测量误差满足误差容限要求, 下面将介绍以四级水准测量精度来对各测点的地势高度进行校正。

(5) 将相同区间的高度差进行平均计算(表 5.6)。调整后的高度差如表 5.7 所示。

表5.6 度差的平均

视准点	后视 (B.S) (m)	前视 (F.S) (m)	高度差 (m)	
			+	-
A	1.350			
B	1.221	0.939	0.411	
C	0.523	1.149	0.072	
D	1.459	1.383		0.860
E	1.161	0.320	1.139	
F	0.892	1.049	0.112	
G	0.471	1.121		0.229
H	1.002	0.841		0.370
I	0.621	1.292		0.290
J		0.959		0.338

平均值  
 $(0.411+0.412) / 2=0.412$

视准点	后视 (B.S) (m)	前视 (F.S) (m)	高度差 (m)	
			+	-
J	1.231			
I	1.252	0.891	0.340	
H	1.149	0.960	0.292	
G	1.298	0.781	0.368	
F	1.349	1.071	0.227	
E	1.203	1.461		0.112
D	1.131	2.340		1.137
C	1.232	0.269	0.862	
B	1.363	1.302		0.070
A		1.775		0.412

平均值  
 $(0.072+0.070) / 2=0.071$

表5.7 调整高度差

视准点	后视 (B.S) (m)	前视 (F.S) (m)	高度差 (m)	
			+	-
A	1.350			
B	1.220	0.940	0.412	
C	0.520	1.150	0.071	
D	1.460	1.380		0.861
E	1.160	0.320	1.138	
F	0.890	1.050	0.112	
G	0.470	1.120		0.228
H	1.000	0.840		0.369
I	0.620	1.290		0.291
J		0.960		0.339

(6) 根据表 5.7 计算地势高度, 得到表 5.8 的数据, 表中的数据就是进行误差校正后的地势高度。

表5.8 误差校正后的地势高度

视准点	后视 (B.S) (m)	前视 (F.S) (m)	调高度差 (m)		地势高度 (G.H) (m)	备注
			+	-		
A	1.350				30.000	G.H=30.000
B	1.220	0.940	0.412		30.412	
C	0.520	1.150	0.071		30.483	
D	1.460	1.380		0.861	29.622	
E	1.160	0.320	1.138		30.760	
F	0.890	1.050	0.112		30.872	
G	0.470	1.120		0.228	30.644	
H	1.000	0.840		0.369	30.275	
I	0.620	1.290		0.291	29.984	
J		0.960		0.339	29.645	

在水准测量中也是需要对同一个区间进行往返测量的, 然后计算出平均值, 对误差进行校正。

## 水准测量的误差

在水准测量中, 有各种各样的误差因素。根据误差的产生原因和对策, 能尽量减小误差。

### (1) 仪器误差

由于仪器本身的构造原理而产生的误差。

① 水准仪的调平产生的误差: 这是由于视准轴与气泡管轴不平行所产生的误差。这个误差可以通过前视和后视的距离相等而减小。

② 水准仪的轴与竖直轴之间的误差: 在作业开始前, 对仪器进行调整可以减小这个误差。

③ 视准轴与光轴不一致而产生的误差: 前视与后视的视准距离相等可以减小这个误差。

④ 标尺的零刻度误差: 标尺一般需要经过检验后再使用, 测量区间分成偶数段可以减小这个误差。

## (2) 自然误差

① 由于地球的曲率和大气密度等造成光线的曲折而形成的误差：视准距离不是很长（不过，视准距离很短，但是测量区间增多时，误差会增大），且前视和后视的视准距离相等，这些可以减小误差。

② 测量中仪器的下沉而造成的误差：在固定三脚架时，在竖立标尺时，注意选择比较坚固的地方，这样可以减小这个误差。

## (3) 个人误差

① 读数误差（视差 = 焦点）：仔细进行对焦（对准时眼睛左右移动，目标物的像不动）可以减小这个误差。

② 水准仪设置不对而造成的误差：用气泡管对水准仪进行调平，仔细确认，可以减小这个误差。

## (4) 错误

错误与误差不一样，错误是由操作者的错误操作而造成的。这里总结了一些错误。

① 水准仪的移动错误：由于操作者没有注意，忘记了拧紧三角架的固定螺母，或者由于固定不牢，在测量中，水准仪发生了移动。为了减少这种错误，需要仔细确认仪器的状态。

② 测量中人为的错误：在测量中不要对仪器施加其他的力（如仪器下移而施加力使其保持水平）。

③ 误记、误读：在操作中的误差有时候很多是由于数据的误记和误读而造成的。在测量过程中，记录者重复记录数据可以减小这种错误。

## 测量区域内地势高度未知的情况

本章在哥斯托兰德的水准测量中，点A的地势高度是已知的，如果水准测量区域内的所有测点的地势高度都未知，那么这样怎么确定地势高度呢？

请回忆一下，在水准测量区域内用来进行地势高度测量的点是水准点。水准点是以水准原点为基准，正确测量其地势高度而确定的。（参照 P32）。

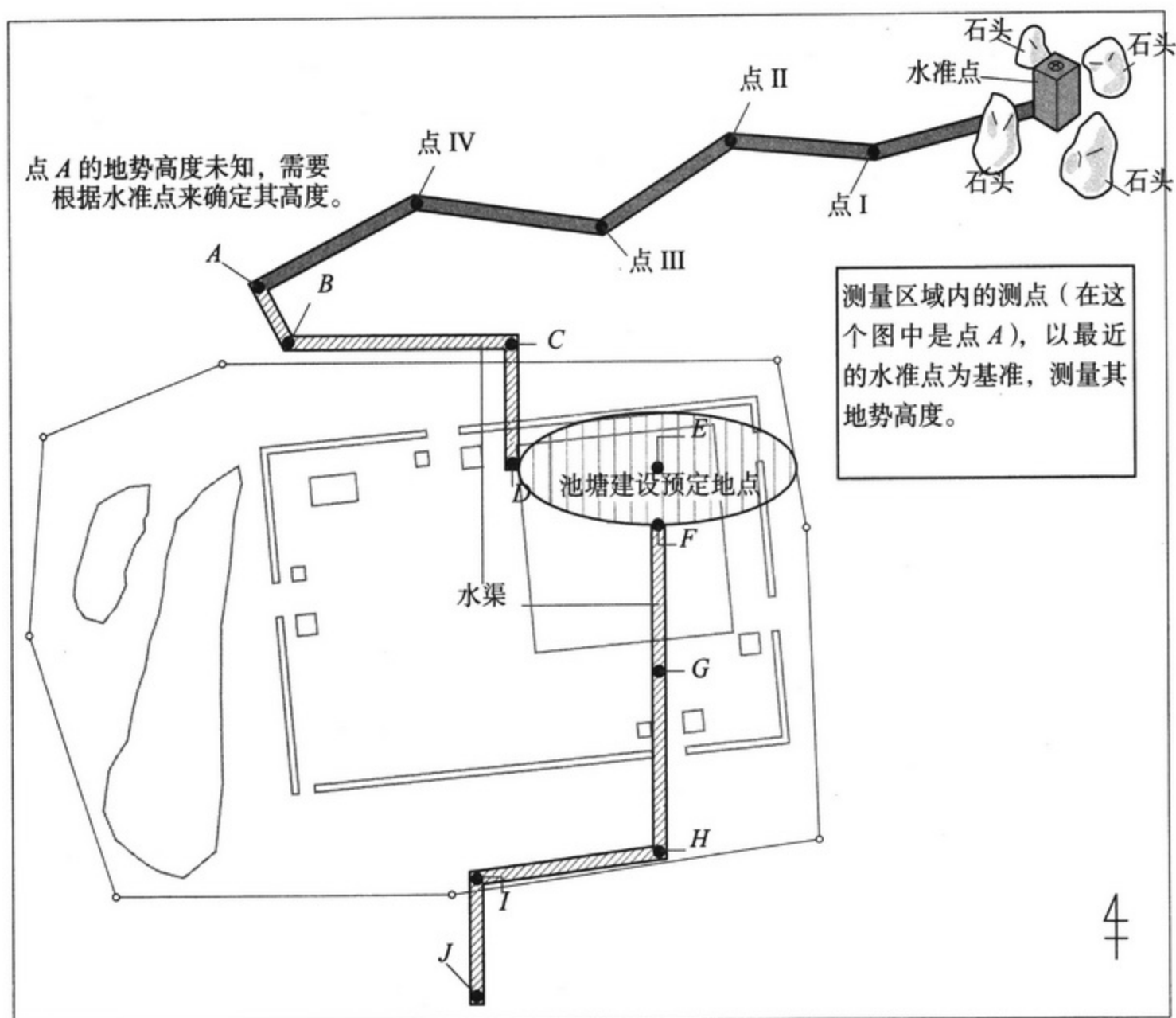


图5.2 以水准点为基准的水准测量

例如，哥斯托兰德没有水准点，那么选择附近的水准点。如果水准测量区域内没有地势高度已知的测点，那么就利用本章学习的水准测量方法，以最近的水准点为基准，对区域内的一个测点的地势高度进行测量。图 5.2 就是为了知道点 A 的地势高度而以水准点为基准进行水准测量的例子。

水准点到点 A 之间设置了几个测点，依次测量点 I、点 II、点 III、点 IV 的地势高度，最后测量点 A 的地势高度。根据这种方法，不仅能求点 A 的地势高度，也能求出其他测点的地势高度。

## 利用仪器高进行的水准测量

根据水准测量的数据计算地势高度的方法有两种。本章介绍的地势高度计算方法是升降法，还有一种计算方法叫做仪器高法。这里将介绍这种方法。

仪器高法的水准测量，是根据水准仪距离基本水准面的高度（仪器高：如图 5.3 中粗箭头所示的部分）来求未知点的标高的方法。如图 5.3，未知点 B 的地势高度等于“仪器高” - “前视高度”。这种仪器高法适用于视野开阔的平坦地。

点 B 的地势高度  $H_B = \text{器械高度} - \text{前视读数}$

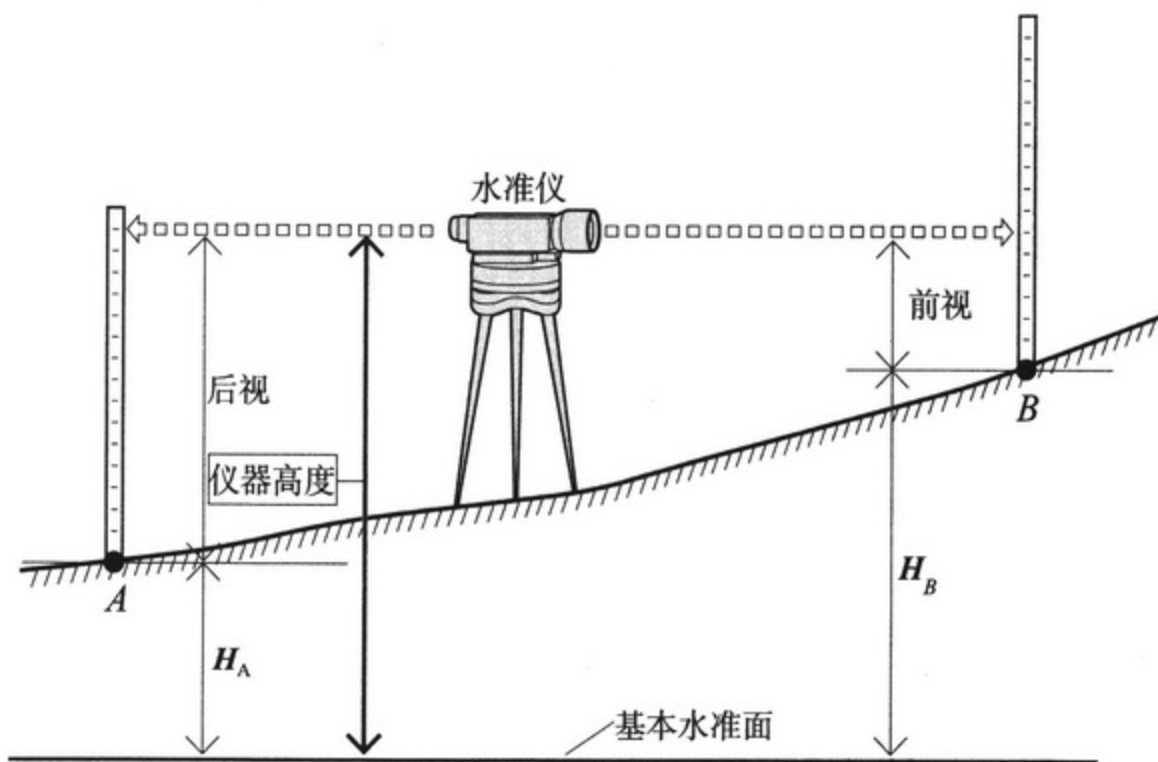


图5.3 仪器高法的水准测量的原理

那么，根据本章中点  $A$  到点  $J$  的测量数据，采用仪器高法求各点的地势高度。

(1) 对准点  $A$ ，记录标尺的读数。

表5.9 点A的后视

视准点	后视 (B.S)(m)	前视 (F.S)(m)	器械高度 (m)	地势高度 (G.H)(m)	备注
$A$	1.350			30.000	G.H=30.000
$B$					
$C$					
$D$					
$E$					
$F$					
$G$					
$H$					
$I$					
$J$					

(2) 点  $A$  的后视值加上点  $A$  的地势高度，得到仪器高度。

表5.10 仪器高的计算结果

视准点	后视 (B.S)(m)	前视 (F.S)(m)	器械高度 (m)	地势高度 (G.H)(m)	备注
$A$	1.350		31.350	30.000	G.H=30.000
$B$					
$C$					
$D$					
$E$					
$F$					
$G$					
$H$					
$I$					
$J$					

对准点  $B$ ，记录标尺读数。

表5.11 点 $B$ 的前视数据

视准点	后视 (B.S)(m)	前视 (F.S)(m)	器械高度 (m)	地势高度 (G.H)(m)	备注
$A$	1.350		31.350	30.000	G.H=30.000
$B$		0.939			
$C$					
$D$					
$E$					
$F$					
$G$					
$H$					
$I$					
$J$					

(4) 未知点的地势高度为“仪器高” - “前视读数”，点  $A$  的仪器高度为 31.350m，点  $B$  的前视读数为 0.939m，计算得到点  $B$  的地势高度。

表5.12 仪器高的计算结果

视准点	后视 (B.S)(m)	前视 (F.S)(m)	器械高度 (m)	地势高度 (G.H)(m)	备注
$A$	1.350		31.350	30.000	G.H=30.000
$B$		0.939		30.411	
$C$					
$D$					
$E$					
$F$					
$G$					
$H$					
$I$					
$J$					



(5) 按照以上方法继续测量其他点的高度，得到结果如表 5.13 所示。

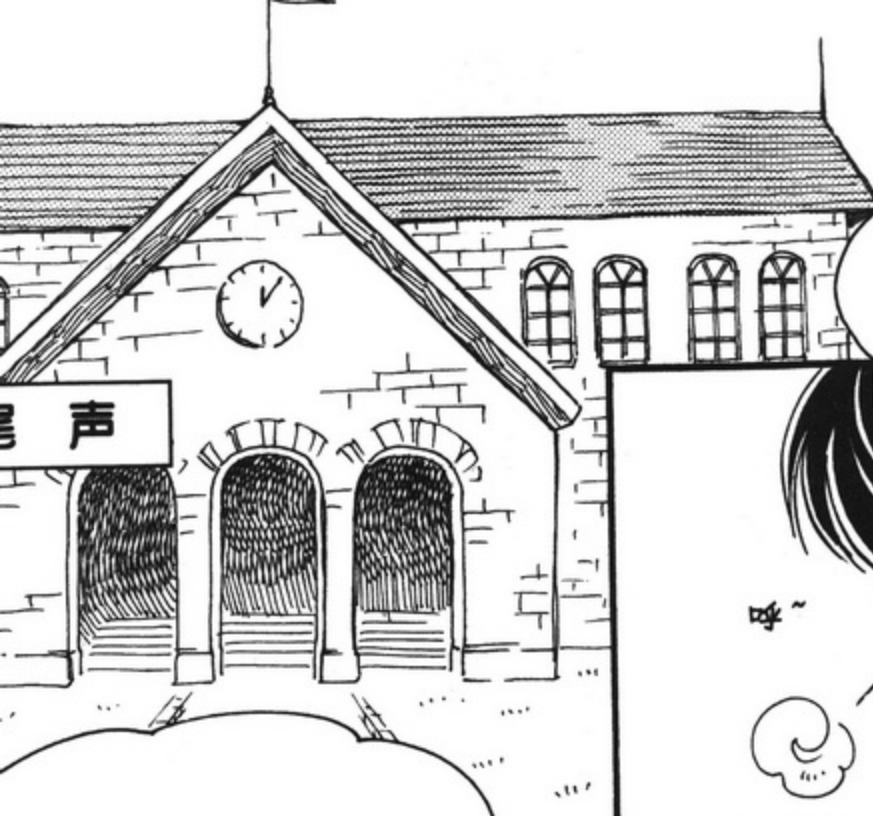
表5.13 仪器高法计算得到的数据

视准点	后 视 (B.S)(m)	前 视 (F.S)(m)	器械高度 (m)	地势高度 (G.H)(m)	备 注
A	1.350		31.350	30.000	G.H=30.000
B	1.221	0.939	31.632	30.411	
C	0.523	1.149	31.006	30.483	
D	1.459	1.383	31.082	29.623	
E	1.161	0.320	31.923	30.762	
F	0.892	1.049	31.766	30.874	
G	0.471	1.121	31.116	30.645	
H	1.002	0.841	31.277	30.275	
I	0.621	1.292	30.606	29.985	
J		0.959		29.647	

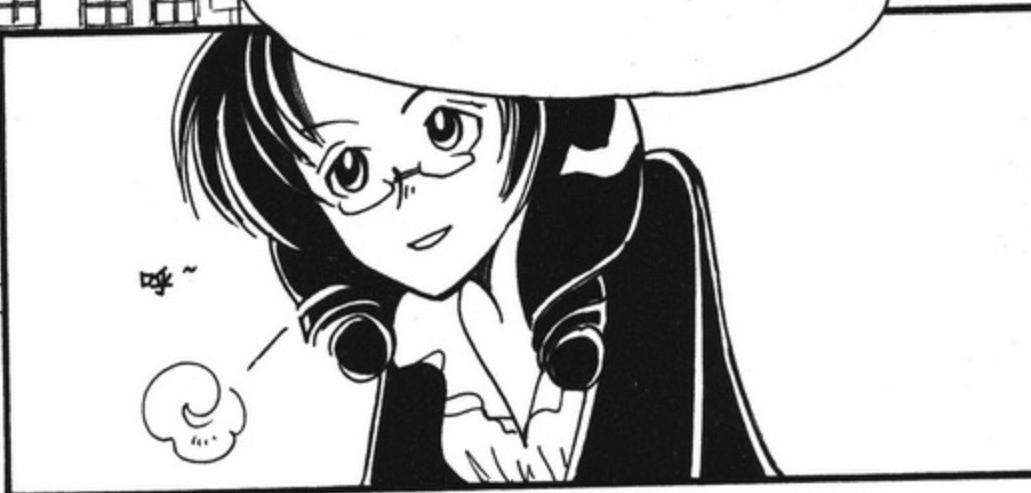
如表 5.13，计算结果与本章介绍的升降法计算得到的结果（参照 P220）相同。

在仪器高法中，已知点（出发点）的地势高度加上后视读数等于仪器高度，然后仪器高度减去前视读数就得到了地势高度。





这样测量就学习完了。



嗯，伊扎克，克拉拉，从今天开始你们就是测量专家了！这上面有我的签名。



那么……

我要去告诉父亲大人。



要让将布雷伊布兰多……

复活是吧？



为什么您知道……



我没有理由  
不知道吧……

哼

我可是传奇的建筑大师哦！



好好工作哦！

你们已经从初学者成长为专家了。



你肯定能行！

谢谢您！  
我一定会将城堡建起来的！



一定在老师  
去世之前！

这样的话你就要在十年  
之内完成呢！

咋~

喂！

当！

先不说克拉拉……

伊扎克你也能这么早就成为专家了……

啊啊

MEISTER

国王陛下！

王子……  
曾经还救过我。

真的吗？  
那么瘦弱的你还救过别人啊？

哦哈哈哈哈

父亲大人……

也稍微有点  
男子汉气概了啊！

父亲大人……

波肯海姆老师说过了！

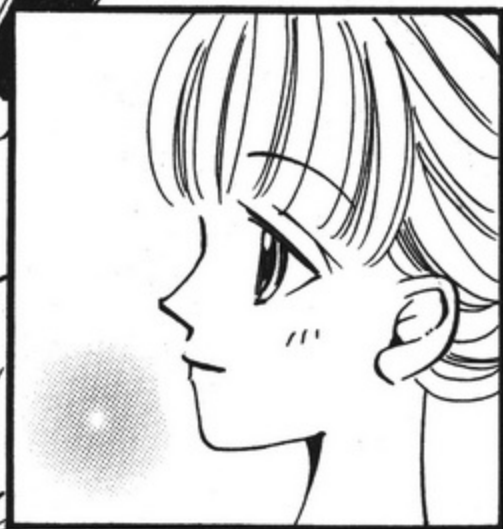


他相信我可以重建城堡。



对我来说，测量中有大家齐心协力的乐趣。

需要进行许多周密的计划。



不管怎样，作为国家的管理者……

需要有实现伟大梦想和理想的自信心和力量。



高兴……  
听到这些我很

你真的长大了……

伊扎克。

赶快重建城堡吧，伊扎克。

# 等一等！

是，父亲大人。

你还有需要学习的东西！

啊！

成为测量专家，就能将城堡建起来吗？

首先，最先需要的是测量，不过只有测量是无法建设城堡的。

建城堡所需要的知识还有很多很多！

## 咚！

啊……

## 怎么会这样！

果然你还是学习得不够啊！

嗯……

好了好了

跟我好好学习吧！

要不再让教授教教你！

刚才父亲大人还夸奖我了啊！

吕奥！



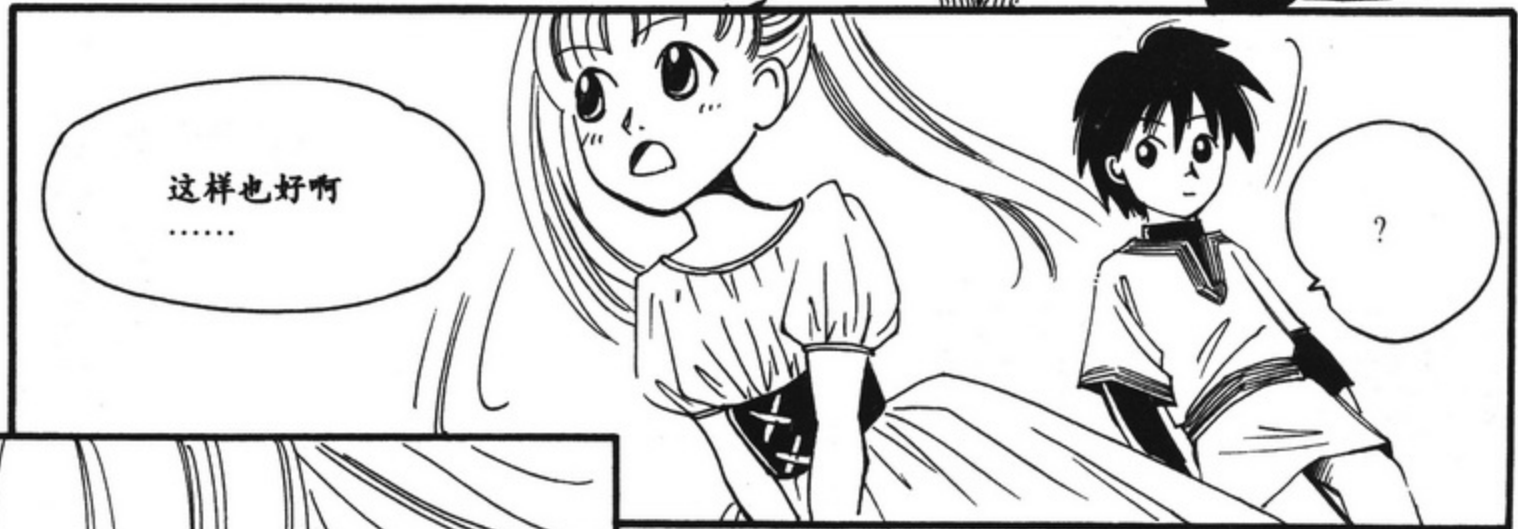
呵呵呵

好了！  
我们回研究室吧！  
后面的路还很长很艰难呢！



怎么办啊……

啊……



这样也好啊  
……

？



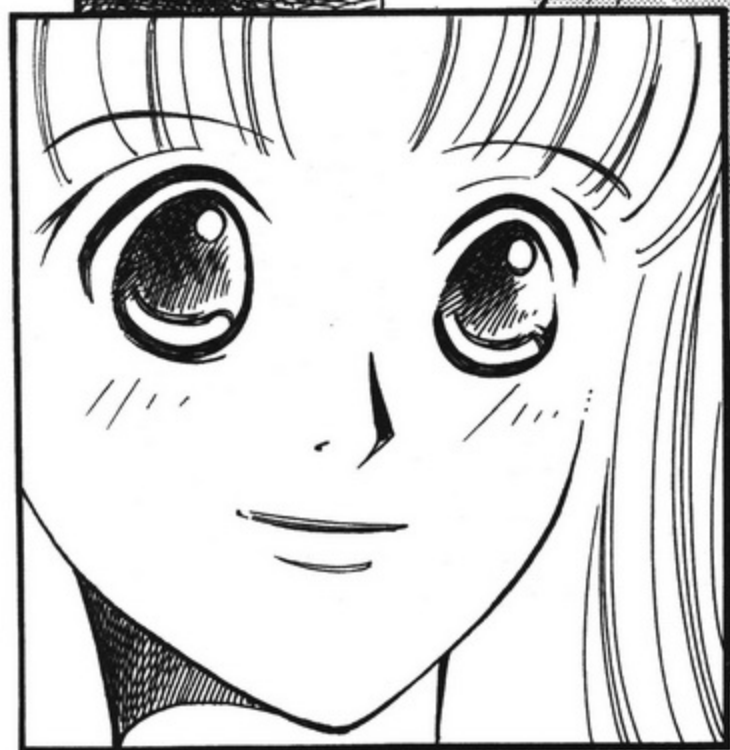
又……  
可以和我一起  
学习了。



呃……









( P-1992.0101 )

责任编辑：王 炜 赵丽艳

责任制作：董立颖 魏 谨

封面制作：许思麒

用漫画这种形式讲数学、物理和统计学，十分有利于在广大青少年中普及科学知识。

周恩来、邓颖超秘书，周恩来邓颖超纪念馆顾问  
中日友好协会理事，《数理天地》顾问，全国政协原副秘书长

用漫画和说故事的形式讲数学，使面貌冷峻的数学变得亲切、生动、有趣，使学习数学变得容易，这对于提高全民的数学水平无疑是功德无量的事。

《数理天地》杂志社 社长 总编  
“希望杯”全国数学邀请赛组委会 命题委员会主任

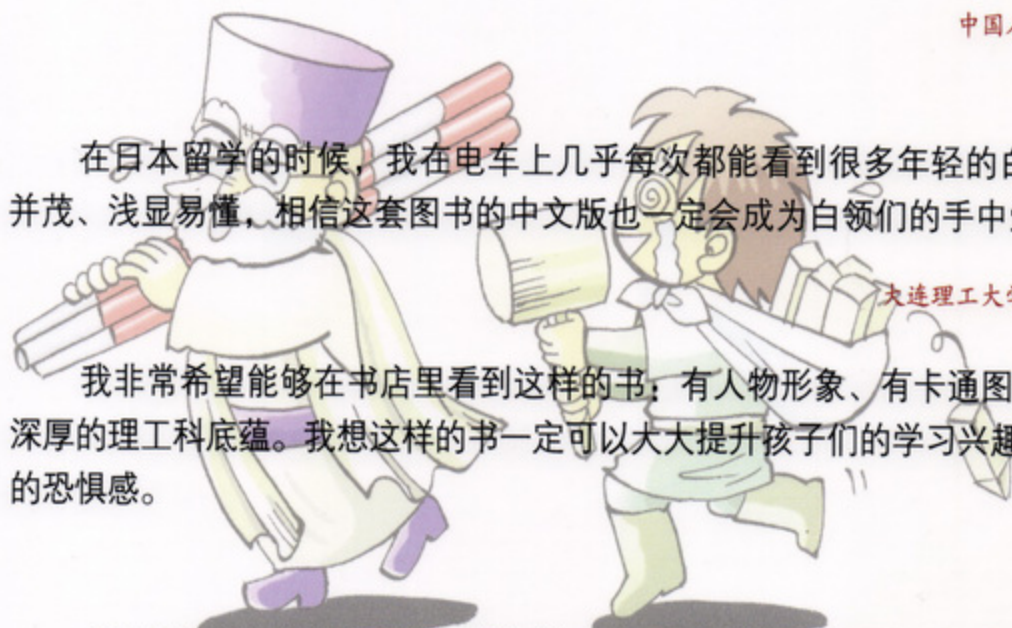
用漫画的形式，讲解日常生活中的数学、物理知识，更能让大家感受到数学殿堂的奥妙与乐趣。

《光明日报》原副总编辑  
中华炎黄文化研究会 常务副会长

科学漫画是帮助学习文科的人们用形象思维的方式掌握自然科学的金钥匙。

中国人民大学外语学院日语专业 主任  
大学日语教学研究会 会长

在日本留学的时候，我在电车上几乎每次都能看到很多年轻的白领看这套图书，经济实惠、图文并茂、浅显易懂，相信这套图书的中文版也一定会成为白领们的手中爱物。



大连理工大学 能源与动力学院 博士 副教授

我非常希望能够在书店里看到这样的书：有人物形象、有卡通图、有故事情节，当然最重要的还有深厚的理工科底蕴。我想这样的书一定可以大大提升孩子们的学习兴趣，降低他们对于高深的理工科知识的恐惧感。

北京启明星培训学校 校长

书中的数学知识浅显实用，漫画故事的形式使知识贴近生活，概念更容易理解。

北京大学 数学科学学院 博士

上架建议：科普/漫画

ISBN 978-7-03-027139-6



9 787030 271396 >

科学出版社 东方科龙

http://www.okbook.com.cn  
zhaoliyan@mail.sciencep.com

定价：32.00元